

Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

**Um Estudo sobre o Poder das Metáforas e dos  
Recursos Multimídia no Processo de Ensino e  
Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral**

**Autor: Rodolfo Miranda de Barros**

**Orientador: Prof. Dr. Luis Geraldo Pedroso Meloni**

**Tese de Doutorado** Apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: **Telecomunicações e Telemática.**

Banca Examinadora

Luis Geraldo Pedroso Meloni, Dr.  
Léo Pini Magalhães, Dr.  
Leonardo de Souza Mendes, Dr.  
José Valdeni de Lima, Dr.  
Isaac Antonio Camargo, Dr.

DECOM/FEEC/UNICAMP  
DCA/FEEC/UNICAMP  
DECOM/FEEC/UNICAMP  
II/UFRGS  
CECA/UEL

Campinas, SP  
Outubro/2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE -  
UNICAMP

B278e      Barros, Rodolfo Miranda de  
Um estudo sobre o poder das metáforas e dos recursos  
multimídia no processo de ensino e aprendizagem de  
cálculo diferencial e integral / Rodolfo Miranda de  
Barros. --Campinas, SP: [s.n.], 2008.

Orientador: Luis Geraldo Pedroso Meloni.  
Tese de Doutorado - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Metáfora. 2. Multimedia interativa. 3. Cálculo. 4.  
Cognição. 5. Educação. I. Meloni, Luis Geraldo  
Pedroso. II. Universidade Estadual de Campinas.  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III.  
Título.

Titulo em Inglês: A study about the power of metaphors and multimedia resources in  
the differential and integral calculus teaching-learning process

Palavras-chave em Inglês: Metaphors, Interactive multimedia, Calculus, Cognition,  
Education

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Léo Pini Magalhães, Leonardo de Souza Mendes , José Valdeni  
de Lima, Isaac Antonio Camargo

Data da defesa: 23/10/2008

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

**Candidato:** Rodolfo Miranda de Barros

**Data da Defesa:** 23 de outubro de 2008

**Título da Tese:** "Um Estudo sobre o Poder das Metáforas e dos Recursos Multimídia no Processo de Ensino e Aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral"

Prof. Dr. Luis Geraldo Pedroso Meloni (Presidente):

Prof. Dr. Isaac Antonio Camargo:

Prof. Dr. José Valdeir de Lima:

Prof. Dr. Léo Pini Magalhães:

Prof. Dr. Leonardo de Souza Mendes:

## RESUMO

O ensino de Cálculo tem sido objeto de questionamento em diversos fóruns em função das dificuldades apresentadas pelos alunos na sua aprendizagem. Inserida neste contexto, esta pesquisa teve como objetivo utilizar metáforas e recursos multimídia na elaboração de material didático de cálculo, visando a melhoria do processo de ensino e aprendizagem desta disciplina. A pesquisa baseou-se nas perspectivas da cognição corporificada ou incorporada (*Embodied Cognition*), mais especificamente nos trabalhos de Lakoff e Núñez, e no paradigma teórico-metodológico de David Ausubel, intitulado Aprendizagem Significativa. Vale ressaltar que esta pesquisa não pretendeu abandonar os conceitos desenvolvidos por Newton e Leibniz sobre o Cálculo, mas sim buscar um mecanismo para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina. A pesquisa culminou com o desenvolvimento de metáforas, sendo que estas foram aplicadas na apresentação dos conteúdos da Soma de Riemann e nos Teoremas de Green, Stokes e Gauss, e também com a formalização da composição das metáforas, com a definição de um processo de desenvolvimento de metáforas e com o desenvolvimento de uma ferramenta para criação, armazenamento e recuperação das metáforas, notas de aula e elementos das metáforas. Para validar os resultados desta pesquisa, foi realizado um estudo de caso com alunos de cursos de engenharia e ciência da computação, onde se pôde avaliar que o emprego das metáforas permite uma maior compreensão e maior confiança no aprendizado por parte dos alunos.

**Palavras-chave:** Metáfora, Multimídia, Cálculo, Aprendizagem Significativa, Cognição Corporificada.

## Abstract

*The teaching of Calculation has been object of diverse questioning in forums in function of the difficulties presented for the pupils in its learning. Inserted in this context, this research has as objective to use metaphors and multimedia resources in the elaboration of the Calculation's didactic material, aiming the improvement in the instruction process and learning in this discipline. The research was based on the perspectives of the embodied cognition, more specifically in the works of Lakoff e Núñez and in the David Ausubel's theoric/methodologic paradigm, entitled Significant Apprenticeship. In this way is better to stand out that this research did not intend to abandon the concepts developed by Newton and Leibiniz on the Calculation, but instead to search a mechanism to help the process of educations and learning on this discipline. The research culminated with the development of metaphors, being that these had been applied in the presentation of the Riemann Sum's contents and the Green, Stokes and Gauss's Theorems, And also to formalize the metaphor's composition, with the definition of a development of metaphor's process and the a tool development for metaphor's creation, storage and retrieval, notes from class and metaphor's elements. To the results validation of this research it was accomplished a study of case, with pupils of Engineering and Computer Science's Courses, where it could be perceived that the use of the metaphors allows to a bigger understanding and a greater confidence in the learning by the pupils.*

**Keywords:** *Metaphors, Multimedia, Calculus, Significant Learning, Embodied Cognition.*

*A Deus, toda honra e toda glória.*

*Para Leonardo e Ana Beatriz.*

## **Agradecimentos**

Agradeço a DEUS por ter me ajudado e dado forças para a realização deste trabalho. Sem a Sua ajuda nada seria possível.

Ao meu orientador, Professor Meloni, pelo apoio, compreensão e orientação.

Aos meus amados filhos Leonardo e Ana Beatriz, grandes inspirações da minha vida, que este trabalho sirva de exemplo para vocês.

Aos meus pais e irmã, por todo amor e carinho. Paizão! Eu estava te devendo este trabalho.

A toda minha família, pela ajuda, torcida e orações.

Aos meus amigos, Mario, Davi, Fábio, Leonimer e Góis, pelos bons momentos vividos nas viagens Londrina-Campinas-Londrina e na estadia em Campinas.

À Professora Helena Maria André Bolini, pela ajuda na tabulação e análise dos dados.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

# Sumário

<i>Lista de Figuras</i> .....	<i>xvii</i>
<i>Lista de Tabelas</i> .....	<i>xix</i>
<i>Glossário</i> .....	<i>xxi</i>
<i>Trabalhos Publicados Pelo Autor</i> .....	<i>xxiii</i>
<b>1 Introdução</b> .....	<b>1</b>
<b>2 Referencial Teórico</b> .....	<b>7</b>
<b>2.1 Introdução</b> .....	<b>7</b>
2.1.1 O Processamento da Informação .....	8
<b>2.2 Cognição</b> .....	<b>11</b>
<b>2.3 Embodied Cognition e as Metáforas</b> .....	<b>14</b>
<b>2.4 Aprendizagem Significativa</b> .....	<b>19</b>
2.4.1 Mapas Conceituais.....	22
<b>3 Metáforas</b> .....	<b>27</b>
<b>3.1 Introdução</b> .....	<b>27</b>
<b>4 A informática aplicada à educação</b> .....	<b>35</b>
<b>4.1 Introdução</b> .....	<b>35</b>
<b>4.2 Recursos Multimídia</b> .....	<b>39</b>
<b>4.3 Educação a Distância via Internet</b> .....	<b>40</b>
<b>4.4 Educação a Distância via TV Digital</b> .....	<b>45</b>
<b>4.5 O Material Didático e o Ensino a Distância</b> .....	<b>46</b>
<b>5 A composição de uma metáfora e o seu processo de desenvolvimento</b> .....	<b>49</b>
<b>5.1 Composição das Metáforas</b> .....	<b>49</b>
<b>5.2 Processo de desenvolvimento de uma metáfora</b> .....	<b>51</b>



<b>6</b>	<b><i>Documentação da ferramenta de criação, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e seus elementos</i></b>	<b>59</b>
<b>6.1</b>	<b>Diagrama de Caso de Uso</b>	<b>60</b>
6.1.1	Especificação do Caso de Uso Controlar Figura	61
6.1.2	Especificação do Caso de Uso Controlar Notas de Aula	62
6.1.3	Especificação do Caso de Uso Controlar Animação	64
6.1.4	Especificação do Caso de Uso Controlar Metáfora	66
6.1.5	Especificação do Caso de Uso Controlar Tabela	68
6.1.6	Especificação do Caso de Uso Controlar Gráfico	69
6.1.7	Especificação do Caso de Uso Controlar Texto	71
<b>6.2</b>	<b>Diagrama de Classes</b>	<b>72</b>
<b>6.3</b>	<b>Diagrama Entidade-Relacionamento</b>	<b>73</b>
<b>7</b>	<b><i>Metáforas e Aplicações</i></b>	<b>77</b>
<b>7.1</b>	<b>Metáfora do INFINITO E INFINITÉSIMO via tabuleiro do jogo de xadrez</b>	<b>78</b>
<b>7.2</b>	<b>Metáfora do INFINITO E INFINITÉSIMO via computador</b>	<b>80</b>
<b>7.3</b>	<b>Metáfora “se aproxima de” via compasso</b>	<b>82</b>
<b>7.4</b>	<b>Metáfora Dividir para Conquistar</b>	<b>83</b>
<b>7.5</b>	<b>Metáfora da Câmera Fotográfica Digital</b>	<b>84</b>
<b>7.6</b>	<b>Metáfora da Reta Secante e da Reta Tangente (Leque de Abanar)</b>	<b>86</b>
<b>7.7</b>	<b>Metáfora do Alvo</b>	<b>90</b>
<b>7.8</b>	<b>Metáfora do volume</b>	<b>92</b>
<b>7.9</b>	<b>Aplicações das metáforas e dos recursos multimídia</b>	<b>96</b>
7.9.1	Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia à soma de Riemann	96
7.9.2	Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia no teorema de Green	98
7.9.3	Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia no teorema de Stokes	101
7.9.4	Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia no teorema da divergência ou teorema de Gauss	104
<b>8</b>	<b><i>Estudo de Caso</i></b>	<b>109</b>
<b>8.1</b>	<b>Descrição do Estudo de Caso</b>	<b>109</b>

8.2	Resultados .....	110
8.3	Conclusões.....	117
9	<i>Conclusões e Trabalhos Futuros</i> .....	119
9.1	Conclusões.....	119
9.2	Trabalhos Futuros.....	122
	<i>Referências Bibliográficas</i> .....	125
	<i>Apêndice A</i> .....	133
	<i>Apêndice B</i> .....	137

# Lista de Figuras

Figura 2-1: Processamento da Informação .....	8
Figura 2-2: Mapa Conceitual de Integral [65].....	25
Figura 5-1: Autômato para composição de uma metáfora .....	50
Figura 5-2: Fases e subfases do processo de desenvolvimento de uma metáfora.....	53
Figura 6-1 Estrutura do Projeto .....	59
Figura 6-2: Diagrama de Casos de Uso do repositório de metáforas .....	60
Figura 6-3: Diagrama de Classes .....	73
Figura 6-4: Diagrama Entidade Relacionamento do Banco de Dados do Software de Criação, Armazenamento e Recuperação de Metáforas, Notas de Aula e elementos .....	74
Figura 7-1: Gráfico da função $f$ .....	79
Figura 7-2: Gráfico da função $h$ (' $h$ se aproxima de 0').....	80
Figura 7-3: Gráfico da função $x = 1/\text{valor\_máximo}$ ("X se aproxima de zero") .....	82
Figura 7-4: Os pontos intermediários se aproximando do ponto $a$ .....	83
Figura 7-5: Área sob a curva sendo dividida.....	84
Figura 7-6: Área sob a curva com mais divisões: dividindo para conquistar .....	84
Figura 7-7: Aplicação em FLASH que possibilita chegar mais próximo de uma figura (zoom in).....	85
Figura 7-8: Aplicação em FLASH que possibilita aplicar um Zoom Out sobre uma figura.....	86
Figura 7-9: Retas Secantes e Reta Tangente – Como um leque de abanar.....	87
Figura 7-10: Aplicação em JAVA mostrando as retas 1 e 2 à medida que se altera os valores de $\Delta x_1$ e $\Delta x_2$ . 88	
Figura 7-11: Retas Secantes (Aplicação em MAPLE) .....	89
Figura 7-12: Reta tangente (Aplicação em MAPLE).....	89
Figura 7-13: Erro determinando ( $\delta$ ) e Erro permitido ( $\varepsilon$ ) .....	90
Figura 7-14: Relação entre $\delta$ e $\varepsilon$ na definição do Limite .....	91
Figura 7-15: Início da animação .....	92
Figura 7-16: Término da animação .....	92
Figura 7-17: Cubo com 216 bolas .....	94
Figura 7-18: Elemento de volume no sistema de coordenadas cartesianas.....	94
Figura 7-19: Elemento de volume no sistema de coordenadas cilíndricas.....	95
Figura 7-20: Elemento de volume no sistema de coordenadas esféricas.....	95
Figura 7-21: Região dividida em subintervalos .....	96
Figura 7-22: Aumentando o número de partições.....	96
Figura 7-23: Região $R$ limitada por uma curva $C$ e dividida em muitas regiões $\Delta R$ .....	98
Figura 7-24: Duas pequenas curvas fechadas adjacentes .....	98

<i>Figura 7-25: Região R dividida em pequenos quadrados.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 7-26: Uma região retangular R com fronteira C dividida em <math>C_1</math>, <math>C_2</math>, <math>C_3</math> e <math>C_4</math>.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 7-27: Animação desenvolvida em FLASH para ilustrar a circulação.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 7-28: Superfície S dividida em N regiões.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 7-29: Duas pequenas curvas fechadas adjacentes.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 7-30: Superfície S após as bordas internas se cancelarem.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 7-31: Aplicação desenvolvida em FLASH para explicar o conceito de divergência, fonte e sumidouro.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 7-32: Regiões sólidas e suas bordas.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 7-33: Subdivisão da região W em pequenas caixas de volume <math>\Delta V</math>.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 7-34: Somar os fluxos para fora de caixas adjacentes.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 7-35: Região sólida W depois dos fluxos das caixas adjacentes se cancelarem.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 8-1: Histograma da porcentagem de respostas para cada uma das questões em relação ao aprendizado de Cálculo Diferencial Integral.....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 8-2: Histograma da porcentagem de respostas para cada uma das questões em relação ao aprendizado de soma de Riemann, teorema de Green, teorema de Stokes e teorema de Gauss. ....</i>	<i>117</i>
<i>Figura B-1: Interface inicial da Ferramenta de Composição, Armazenamento e Recuperação de Metáforas, Notas de Aula e Elementos.....</i>	<i>137</i>
<i>Figura B-2: Interface da Opção Metáforas.....</i>	<i>138</i>
<i>Figura B-3: Interface de Cadastramento de Metáforas.....</i>	<i>139</i>
<i>Figura B-4: Visualização parcial da Metáfora da Reta Secante e da Reta Tangente.....</i>	<i>140</i>
<i>Figura B-5: Interface de Composição da Metáfora.....</i>	<i>140</i>
<i>Figura B-6: Interface para editar uma metáfora.....</i>	<i>141</i>
<i>Figura B-7: Interface para cadastramento de Animações.....</i>	<i>142</i>
<i>Figura B-8: Mensagem de confirmação de exclusão de uma Metáfora.....</i>	<i>142</i>

## Lista de Tabelas

<i>Tabela 2-1: Comparativo das Memórias.....</i>	<i>11</i>
<i>Tabela 2-2: Exemplo de mapeamento entre espaço e tempo [40].....</i>	<i>16</i>
<i>Tabela 7-1: Tabela de tipos usados na linguagem C .....</i>	<i>80</i>
<i>Tabela 7-2: Cálculo do <math>x</math> (expressão “se aproxima de zero”).....</i>	<i>81</i>

## Glossário

BMI	<i>The Basic Metaphor of Infinity</i>
CEM	Composição Estrutural da Metáfora
EAD	Educação a Distância
FK	<i>Foreign Key</i> (Chave Estrangeira)
HD	<i>High Definition</i>
HTML	<i>HyperText Markup Language</i>
JPEG	<i>Joint Photographic Experts Group</i>
MCD	Memória de Curta Duração
MLD	Memória de Longa Duração
PDF	<i>Portable Document Format</i>
PK	<i>Primary Key</i> (Chave Primária)
SD	<i>Standard Definition</i>
UEL	Universidade Estadual de Londrina
UML	<i>Unified Modeling Language</i>
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas
UNOPAR	Universidade Norte do Paraná
XML	<i>eXtensible Markup Language</i>
XSL	<i>eXtensible Stylesheet Language</i>

## Trabalhos Publicados Pelo Autor

1. BARROS, Rodolfo Miranda de; MELONI, Luís Geraldo Pedroso. O poder das metáforas e dos recursos multimídia no processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral. In: GLOBAL CONGRESS ON ENGINEERING AND TECHNOLOGY EDUCATION, 2005, Santos. GCETE'2005. 2005.
2. BARROS, Rodolfo Miranda de; MELONI, Luís Geraldo Pedroso. O uso de metáforas para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral. In: XXXIII – CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2005, Campina Grande. XXXIII COBENGE. 2005.
3. BARROS, Rodolfo Miranda de; MELONI, Luís Geraldo Pedroso. Utilizando metáforas e recursos multimídia na elaboração de material didático de cálculo diferencial e integral. In: VI CONGRESO INTERNACIONAL Y IX NACIONAL MATERIAL DIDÁCTICO INNOVADOR, 2005, México D F. VI CONGRESO INTERNACIONAL y IX NACIONAL Material Didáctico Innovador. 2005.
4. BARROS, Rodolfo Miranda de; MELONI, Luís Geraldo Pedroso; SANTOS, Davi Trindade; ARAÚJO, Rodrigo. Desenvolvimento de aplicativos para EAD através da TV Digital. In: WORKSHOP DE TV DIGITAL E INTERATIVA/SIBGRAPI, 2005, Natal. XVIII SIBGRAPI, 2005.
5. BARROS, Rodolfo Miranda de; MELONI, Luís Geraldo Pedroso. Uma ferramenta para elaboração de material didático a distância utilizando-se de metáforas. In: CONFERÊNCIA IBERO-AMERICANA WWW/INTERNET, 2005, Lisboa. CIAWI. 2005.
6. BARROS, Rodolfo Miranda de; MELONI, Luís Geraldo Pedroso; SANTOS, Davi Trindade dos. Metáforas e o processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral. In: CONGRESSO MUNDIAL DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA, TECNOLOGIA E CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO, 2006, Santos. WCCSETE'2006. 2006.
7. BARROS, Rodolfo Miranda de; MELONI, Luís Geraldo Pedroso. O processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral por meio de metáforas e recursos

multimídia. In: XXVX – CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2006, Passo Fundo. XXVX COBENGE. 2006.



# 1 Introdução

O Cálculo Diferencial e Integral figura entre as disciplinas básicas de diversos cursos superiores. Esta disciplina ajuda na resolução de problemas ligados às ciências físicas e à engenharia, bem como da biologia e das ciências sociais. Mais especificamente, os conceitos de Cálculo permitem tratar fenômenos tão diversos como a queda de um corpo, o crescimento populacional, o equilíbrio econômico, a propagação do calor e do som, entre outros. Entre muitas aplicações, o Cálculo é um instrumento muito eficaz na modelagem de situações concretas que envolvem a idéia de taxa de variação.

O Cálculo é uma das mais tradicionais disciplinas e que mais tem preservado sua estrutura original. Vale ressaltar que, apesar do surgimento de calculadoras e computadores, a estrutura de ensino do Cálculo é essencialmente a mesma desde o seu surgimento, no final do século 17, ou seja, há mais de 300 anos, quando Newton e Leibniz desenvolveram, independentemente, as idéias básicas do Cálculo. A metodologia de ensino usada pela maioria dos professores desta disciplina prioriza a aula expositiva, é centrada na fala do professor, e os conceitos são apresentados como verdades absolutas, como algo pronto e acabado, sem a preocupação de torná-los significativos. Muitas vezes, os alunos acabam resolvendo os exercícios propostos mecanicamente, sem que se exija dos mesmos criatividade e reflexão frente aos problemas. Neste sentido, esta disciplina é, por vezes, encarada pelos alunos como um empecilho ou obstáculo a ser transposto para ser aprovado de ano ou semestre, e não como uma disciplina essencial para sua formação, apresentando conhecimentos importantes que deverão ser aplicados na sua vida profissional. Este pensamento não é uma regra, pelo contrário, esta disciplina também é encarada por outros alunos com serenidade e importância para sua vida profissional. Obviamente, percebe-se que a dedicação do aluno à disciplina, bem como o papel do professor no processo de aprendizagem são essenciais para o bom aproveitamento da disciplina por parte do aluno.

Segundo Lima e Sauer [21], a matemática possui fundamentação lógica e exige formalização dos conceitos construídos em cada etapa do desenvolvimento intelectual. Assim, não faz sentido tratar dos conhecimentos matemáticos como um conjunto de regras e fórmulas praticadas por meio de exercícios com estratégias de resolução padronizadas (modelos). Mais importante do que aplicar corretamente uma determinada regra é

reconhecer primeiro sua devida aplicação. O conhecimento matemático é, por sua natureza, encadeado e acumulativo, do mesmo modo que a evolução das idéias. Portanto, é importante respeitar a lógica própria dessa construção ao introduzir novos conceitos e auxiliar o aluno na reconstrução ou mesmo na construção dos conceitos prévios, de acordo com as necessidades de estruturas que suportam o novo conhecimento. A essência não está só no conhecimento em si, no nível de informação, mas também na compreensão do seu significado.

Segundo Gonçalves e Zuchi [32], as dificuldades relativas ao ensino e à aprendizagem de Cálculo no ensino superior, especificamente o conceito de limite, são há muito conhecidas. Essas dificuldades são encontradas ao longo da história da Matemática e envolvem os processos de conceitualização e instrumentalização deste conteúdo. Ainda segundo Gonçalves e Zuchi [32], as dificuldades começam a aparecer desde o conceito intuitivo de limite, pois se trabalha com números infinitesimais, com os quais o estudante não está acostumado. As primeiras barreiras já começam a surgir neste contexto. Ao formalizar o conceito de limite, os obstáculos aumentam, pois neste momento, o aluno se depara com a formalização da linguagem matemática, a qual muitas vezes ele não entende.

Segundo Flavell, Miller e Miller [45], não são recentes as tentativas de reforma no ensino-aprendizagem de Matemática. Piaget [22] refere-se a essas tentativas expressas em publicações da época (*Enseignement Mathématique*, 1966):

“... O triste paradoxo que nos apresenta o excesso de ensaios educativos contemporâneos é querer ensinar matemática moderna com métodos na verdade arcaicos, ou seja, essencialmente verbais e fundamentados exclusivamente na transmissão de informações mais do que na reinvenção ou na descoberta pelo aluno.” [22].

De acordo com os dados publicados em 2000 pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC<sup>1</sup>, o índice de reprovação e abandono nos cursos iniciais de cálculo nas universidades brasileiras é de aproximadamente de 80%. Este índice envolve o ensino em universidades públicas e privadas, não leva em consideração o processo de ensino adotado

---

<sup>1</sup> [http://www.inep.gov.br/download/censo/2000/Superior/Sinopse\\_Superior-2000.pdf](http://www.inep.gov.br/download/censo/2000/Superior/Sinopse_Superior-2000.pdf)

pelo professor e também não leva em consideração o nível de interesse por parte dos alunos.

As dificuldades apresentadas pelos alunos na disciplina de Cálculo é motivo de preocupação, daí a necessidade de se buscar alternativas para o processo de ensino e aprendizagem da mesma. Inserida neste contexto, esta pesquisa tem como objetivo utilizar metáforas e recursos multimídia na elaboração de material didático de cálculo, buscando a melhoria deste processo de ensino e aprendizagem. A pesquisa está baseada nas perspectivas da cognição corporificada ou incorporada (Embodied Cognition), mais especificamente nos trabalhos de Lakoff e Núñez [13], e no paradigma teórico-metodológico de David Ausubel, intitulado Aprendizagem Significativa [7].

Conceito tradicional e essencial para a compreensão do processo de significação da linguagem humana, a metáfora pode ser definida como uma transferência de significado que tem como base uma analogia: dois conceitos são relacionados por apresentarem, na concepção do falante, algum ponto em comum. Uma metáfora é usualmente empregada para esclarecer um conceito pouco familiar relacionando-o a outro conceito mais familiar.

Já a utilização da multimídia como recurso para o processo de ensino-aprendizagem pode trazer muitas vantagens, tais como: tornar o aprendizado mais agradável e interessante, devido à possibilidade da inclusão de sons, fotos, imagens, animações entre outros meios; tornar as aulas menos monótonas e despertar no aluno o interesse à investigação e à descoberta. Com a ajuda dessas ferramentas novas formas de se expressar os conceitos tornam-se viáveis, tais como experiências virtuais.

Como os conceitos envolvidos na disciplina de Cálculo são bastante abstratos, a união das metáforas com os recursos multimídia, seria uma forma de transformar estes conceitos abstratos em concretos, facilitando o entendimento. Não se pretende com o uso de metáforas e dos recursos multimídia abandonar os conceitos formais desenvolvidos por Newton e Leibniz, mas sim utilizá-los no intuito de melhorar o processo de ensino-aprendizagem do Cálculo, contribuindo, desta forma, para o crescimento cognitivo do aluno. A princípio, pretende-se deixar para um segundo plano demonstrações mais formais, buscando aumentar a compreensão do aluno sobre o conceito sendo apresentando com o uso das metáforas e dos recursos multimídia.

Visando atender ao objetivo traçado por esta pesquisa, foram escolhidos alguns conceitos e expressões utilizadas na disciplina de cálculo para que fossem desenvolvidas as metáforas. Estes conceitos e expressões foram escolhidos baseados na experiência didática de vários professores, de entrevistas informais com alunos e ex-alunos da disciplina e por consultas à literatura que trata dos problemas envolvidos no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina, tais como os trabalhos de David Tall<sup>2</sup> [8]. As metáforas desenvolvidas neste trabalho, sendo que inúmeras outras poderão ser acrescentadas, são: Infinito e Infinitésimo via Tabuleiro do Jogo de Xadrez; Infinito e Infinitésimo via Memória do Computador; “Se aproxima de” via Compasso; Dividir para Conquistar; Câmera Fotográfica Digital; Reta Secante e Reta Tangente; do Alvo; do Volume. As mesmas serão especificadas detalhadamente no capítulo 7.

Também foram escolhidas aplicações para estas metáforas, ou seja, como, didaticamente, a metáforas e os recursos multimídia podem ser inseridos na apresentação de um conteúdo, visando, obviamente, facilitar o processo de aprendizagem. Foram escolhidos a Soma de Riemann e os teoremas de Green, Stokes e Gauss. O motivo da escolha se dá pelo fato deste conteúdo fazer parte da disciplina Métodos da Engenharia Elétrica (EE400<sup>3</sup>) ministrada para o Curso de Engenharia Elétrica e de Engenharia de Computação pela Faculdade de Engenharia Elétrica e da Computação da Uicamp.

Vale ressaltar que as metáforas desenvolvidas no escopo desta pesquisa possuem uma descrição e são, por vezes, acompanhadas de tabelas e gráficos ilustrativos para ajudar a compreensão do aluno. Algumas delas, além da descrição e gráficos, também trazem animações para contribuir para o aprendizado do aluno. Buscando dar suporte ao professor no processo de composição, desenvolvimento e utilização das metáforas, este trabalho de pesquisa apresentou como resultados:

- A formalização da composição estrutural da metáfora através da definição de um autômato (Capítulo 5);

---

<sup>2</sup><http://www.davidtall.com/papers>

<sup>3</sup>Ementa parcial da disciplina: Sistemas de coordenadas e vetores. Gradiente, divergente, rotacional e laplaciano. Teoremas de Gauss e de Stokes. Funções de variáveis complexas. Resíduos e pólos. Método de transformação conforme; método de separação de variáveis na solução da equação de Laplace.

- A definição de um processo de desenvolvimento de metáforas, baseado no desenvolvimento iterativo, com verificações e validações para garantia da qualidade da metáfora (Capítulo 5);
- A especificação e a implementação de uma ferramenta (software) para composição, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e recursos multimídia (Capítulo 6 e Apêndice B). Esta ferramenta pode ser acessada via web no endereço eletrônico <http://www.compa.com.br/metaforas/logar.php>. Utilizar login teste e senha teste.

Para validação do proposto nesta pesquisa, foi realizado um estudo de caso em sala de aula, em que os alunos da disciplina de cálculo tiveram contato com as metáforas, com os recursos multimídia e com as aplicações, opinando se as mesmas efetivamente contribuíram ou não para o processo de aprendizado. A metodologia utilizada para a realização do estudo de caso, bem como o questionário, as respectivas respostas e a análise estatística serão detalhadas no capítulo 8.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: no próximo capítulo são apresentadas a cognição corporificada e a Teoria de David Ausubel, que fundamentam esta pesquisa. Já os capítulos 3 e 4 discutem sobre metáforas e sobre a informática na educação, respectivamente, evidenciando a utilização dos recursos multimídia e da educação a distância, para, em seguida, no capítulo 5, ser apresentado um formalismo em relação à composição da metáfora e o seu processo de desenvolvimento. O capítulo 6 traz a especificação da ferramenta de composição, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e recursos multimídia (elementos da metáfora). O capítulo 7 apresenta as metáforas desenvolvidas e a aplicação das mesmas, juntamente com os recursos multimídia, à soma de Riemann e nos teoremas de Green, Stokes e Gauss. No capítulo 8 são apresentados o estudo de caso realizado em sala de aula e os resultados encontrados. Finalmente, no capítulo 9, são apresentadas as conclusões e os trabalhos futuros.

## **2 Referencial Teórico**

### **2.1 Introdução**

Para um docente é fundamental conhecer como se dá a construção do conhecimento pelos alunos. Será a partir da compreensão desta construção que o professor poderá utilizar mais adequadamente as técnicas de ensino-aprendizagem, bem como os recursos disponíveis para elaboração e condução da aula, no desenvolvimento de um processo de ensino-aprendizagem para os seus alunos.

Segundo Simão [76], para a utilização de um processo de ensino-aprendizagem é necessário que os alunos desenvolvam o desejo de utilizar tal processo e que tenham oportunidade de praticá-lo em contextos e tarefas diversificadas, assumindo a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, portanto, serem ativos neste processo.

De acordo com Byrnes e Paris [74], para que este processo de ensino-aprendizagem seja eficaz, os alunos devem adquirir três tipos de conhecimento, a saber:

- Declarativo: o conhecimento declarativo corresponde ao “saber que”. Este conhecimento compreende a consciência das fases pelas quais passa o conhecimento humano no processamento da informação e na realização de atividades: a preparação antes da tarefa (pensar antes de começar), a execução da tarefa (pensar durante a realização) e a revisão depois da realização (pensar depois da sua realização);
- Procedimental ou Processual: o conhecimento procedimental subentende a incorporação de destrezas cognitivas que permitam tomar decisões sobre o que pensar e fazer, perante qualquer tarefa proposta. O conhecimento processual está relacionado com “saber como” fazer alguma coisa.
- Condicional: o conhecimento condicional, por sua vez, está associado à capacidade de perceber quando se deve utilizar uma determinada estratégia. Este conhecimento é necessário para que o aluno conheça as vantagens e os riscos inerentes à decisão de optar pela utilização de uma determinada estratégia. Esta ponderação poderá facilitar a incorporação de conhecimento estratégico que

permita ao aluno decidir os melhores meios e processos para levar a bom termo uma aprendizagem ou atividade e favorecer a transferência das competências de gestão das estratégias de aprendizagem para outros contextos, áreas de conteúdo, tarefas e situações. O conhecimento condicional é “saber quando e porque” aplicar o conhecimento declarativo e processual.

Neste sentido e conforme o capítulo anterior, espera-se que o aluno aprovado na disciplina de Cálculo seja capaz de “saber que”, de “saber como” e de “saber quando e porque”, só desta forma a disciplina de Cálculo terá atingido seu objetivo de capacitar o aluno a usar os conhecimentos do Cálculo nas demais disciplinas do curso e nas suas atividades profissionais de uma forma efetiva e consciente, e não somente por meio de aplicações de regras ou fórmulas decoradas.

### 2.1.1 O Processamento da Informação

O comportamento humano e os processos mentais subjacentes têm sido estudados pela Psicologia Cognitiva que adotou o modelo de processamento de informação para estudar esse comportamento. As primeiras referências para esse modelo é o trabalho de Card, Moran e Newell [60].

A Figura 2-1 traz os elementos envolvidos no processamento da informação. Para ajudar na compreensão deste processamento, utilizaremos alguns dos conceitos do Modelo do Processador de Informação Humano (MPIH) proposto por Card, Moran e Newell [60]. Assim como o engenheiro de computação descreve um sistema de processamento de informação em termos de memórias, processadores, seus parâmetros e interconexões, Card, Moran e Newell utiliza as memórias e os processadores como metáforas e propõe o MPIH.

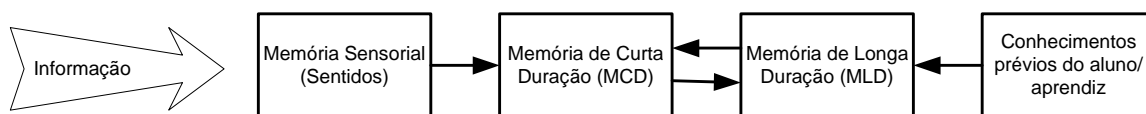


Figura 2-1: Processamento da Informação

Basicamente tem-se a memória sensorial, a memória de curta duração e a memória de longa duração:

- Memória Sensorial (Sentidos): transforma sensações do mundo físico, detectadas por sistemas sensoriais do corpo e as transforma em representações internas. Segundo Giraffa e Nunes [53], serve apenas como o canal de comunicação entre o meio ambiente e ela situa-se antes da consciência, sendo sua função capturar todos os fenômenos externos cabendo às memórias seguintes classificar quais destes fenômenos serão armazenados por algum tempo;
- A Memória de Curta Duração (MCD) ou Memória de Trabalho armazena os produtos intermediários do pensamento e as representações produzidas pelo Sistema Sensorial ou Perceptual. Segundo Giraffa e Nunes [53], é também chamada de memória de trabalho, pois é nela que processamos as informações capturadas da memória sensorial ou recuperadas da memória de longa duração. Todo o conhecimento armazenado na memória de longa duração deve passar pela memória de curta duração;
- Memória de Longa Duração (MLD): é usada para armazenar informação a ser acessada em longo prazo. Segundo Giraffa e Nunes [53], a MLD é aquela em que guardamos nossas recordações, é na memória de longa duração que estão depositados os conceitos aprendidos, seja por aprendizagem significativa ou por aprendizagem mecânica (no item 2.4 discutiremos com mais detalhes a aprendizagem significativa e mecânica).

Conceitualmente a MCD é constituída de *chunks* [60], elementos ativados da MLD, que podem ser organizados em unidades maiores. O *chunk* é função tanto do usuário quanto da tarefa que ele tem para realizar, uma vez tratar-se de ativação de sua MLD. Por exemplo, a sequência das letras a seguir M-C-I-N-E-U-L-A-U-P lidas sem qualquer diferença de entonação e de intervalo pode ser difícil para um ouvinte lembrar. Já a sequência U-N-I-C-A-M-P-U-E-L, composta das mesmas letras em outra ordem poderá ser facilmente reproduzida pelo ouvinte de uma certa população. Para estes ouvintes, a segunda sequência representa apenas 2 *chunks* a serem lembrados (UNICAMP, UEL) em vez de 10.

De acordo com Card, Moran e Newell [60], *chunks* podem estar relacionados a outros *chunks*. Quando um *chunk* na MLD é ativado, a ativação se reflete nos *chunks* relacionados em vários níveis, conceitualmente como uma rede semântica. Uma rede



semântica é uma notação gráfica composta por nodos interconectados. As redes semânticas podem ser usadas para representação de conhecimento, ou como ferramenta de suporte para sistemas automatizados de inferências sobre o conhecimento. Um estudo mais aprofundado sobre redes semânticas pode ser visto em <http://www.jfsowa.com/pubs/semnet.htm>.

Ainda segundo este modelo [60], a Memória de Longa Duração armazena a massa de conhecimento do usuário: fatos, procedimentos, história, etc. Essa massa de conhecimento, que são os conhecimentos previamente adquiridos e armazenados, é ativada cada vez que um novo conhecimento é processado na MCD ou devem ser apresentados externamente, como numa prova, por exemplo.

A MLD pode ser entendida como uma rede de *chunks* acessados de forma associativa a partir da MCD, ou seja, as informações são organizadas e semanticamente interligadas em redes [60]. Entretanto, a recuperação de um *chunk* na MLD pode falhar quando, por exemplo, associações não puderem ser encontradas, ou quando houver interferência entre associações de *chunks*. Quando a informação da MCD torna-se parte da MLD, a maneira como ela é codificada determina quais pistas serão efetivas na recuperação daquela informação mais tarde. Card, Moran e Newell mostram um exemplo desse fenômeno [60]: suponha que um usuário nomeie um arquivo de imagens de “*light*” significando o oposto de “*dark*”; se mais tarde ele percorre o diretório e pensa no “*light*” como oposto de “*heavy*”, ele não reconhece o arquivo que está buscando, porque está usando um conjunto diferente de portas para recuperação. A Tabela 2-1 apresenta um comparativo entre as memórias.

Tabela 2-1: Comparativo das Memórias

	<b>Memória Sensorial</b>	<b>Memória de Curta Duração</b>	<b>Memória de Longa Duração</b>
<b>Capacidade</b>	Grande quantidade de elementos	Muito limitada (poucos elementos)	Ilimitada
<b>Duração de manutenção das informações</b>	Muito curta (de ordem de segundos)	Alguns segundos (por mais tempo se a atenção é mantida)	Permanente
<b>Perda de informações</b>	Declínio espontâneo	Trocado por outras Informações	Acesso impossível ou Difícil (reconhecimento Possível)
<b>Natureza do código das informações</b>	Código sensorial, conforme a modalidade de apresentação.	Principalmente fonético; Códigos visuais e semânticos possíveis.	Principalmente semântica e conceptual

Fonte: Adaptado de Casas [61]

## 2.2 Cognição

Nas últimas décadas, ocorreu um incremento nos estudos sobre a cognição humana, principalmente após o surgimento do computador e da modelagem computacional. A ciência cognitiva é uma área de estudos interdisciplinares que se inter-relaciona com psicologia cognitiva, ciência da computação, sistemas de informação, inteligência artificial, neurociências e lingüística, entre outras [77].

A estrutura cognitiva, de acordo com Rezende [39], caracteriza-se pela organização dinâmica do seu conteúdo. Esta organização tende a estabelecer uma certa estrutura hierárquica onde as idéias mais gerais se situam no topo e progressivamente incluem proposições, conceitos e dados menos gerais e mais diferenciados. Ainda segundo Rezende [39], essa organização é efeito da retroalimentação constante que ocorre a partir da inclusão de novos conceitos à rede cognitiva, em processos chamados diferenciação progressiva (do mais geral ao mais específico) e reconciliação integradora (em que os conceitos pré-existentes são reclassificados, e associações são revistas em face de congruências ou incongruências reais ou aparentes).

Para Piaget [43], a cognição humana é uma forma de adaptação biológica na qual o conhecimento é construído aos poucos a partir do desenvolvimento das estruturas cognitivas que se organizam de acordo com os estágios de desenvolvimento da inteligência. Continuando, Piaget afirma ao ser construída em etapas, a cada etapa a estrutura cognitiva incorpora as anteriores, dando-se a construção do conhecimento pela ação recíproca e interativa do sujeito com os objetos (meio). Assim, desenvolvimento cognitivo está ligado aos processos de assimilação e acomodação que promovem o equilíbrio que varia de acordo com a idade [44].

Segundo Fialho [10], “o crescimento cognitivo é um processo lento, durante o qual a criança, a princípio completamente dependente da ação e da percepção, se torna cada vez mais capaz de contar com o pensamento, à medida que constrói estruturas mentais de tempo, espaço, número, causalidade e classes lógicas, através das quais pode organizar suas experiências passadas, presentes e futuras.”

Para Ausubel [7] a estrutura cognitiva de cada indivíduo é extremamente organizada e hierarquizada, em que as várias idéias se encadeiam de acordo com a relação que se estabelece entre elas. Além disso, é nesta estrutura que se ancoram e se reordenam novos conhecimentos que o indivíduo vai progressivamente internalizando, aprendendo.

Ainda segundo Ausubel [7], a aprendizagem consiste na “ampliação” da estrutura cognitiva, através da incorporação de novas idéias a ela. Dependendo do tipo de relacionamento que se tem entre as idéias já existentes nesta estrutura e as novas que se estão internalizando, pode ocorrer um aprendizado que varia do mecânico ao significativo. Mais adiante detalharemos as idéias de Ausubel sobre a aprendizagem.

De acordo com Gomes [75], por meio de uma análise de como a mente funciona Reuven Feuerstein constatou alguns elementos estruturais e fundamentais para um processamento mental eficiente. Feuerstein denominou estes elementos de funções cognitivas. Para que seja possível construir e dar significado ao conhecimento, apropriando-se dele, a estrutura cognitiva se utiliza dessas funções, dentre as quais destacamos: memória, inteligência, atenção, percepção, linguagem e funções executivas.

- Memória: é a capacidade de registrar, armazenar e reutilizar fatos e dados, sendo esta sua função. É uma atividade dinâmica, em que os registros aparecem,

desaparecem quando são estimulados. A memória é uma das funções cognitivas mais utilizadas pelo ser humano em seu cotidiano. Memória é a capacidade de armazenar informações, lembrar delas e utilizá-las no presente. O bom funcionamento da memória depende inicialmente do nível de atenção. Para que o bom armazenamento aconteça outras atividades cognitivas como a capacidade de percepção e associação é importante que as informações possam ser armazenadas com sucesso;

- **Inteligência:** capacidade de diferenciação dos conteúdos. Refere-se à capacidade de identificar as relações entre conteúdos, gerar novas relações, fazer inferências, deduções, análises, sínteses, particularizações e generalizações, bem como abstrair e criar conceitos;
- **Atenção:** O conceito de atenção é definido pela seleção e manutenção de um foco, seja de um estímulo ou informação, entre as inúmeras que obtemos através de nossos sentidos, memórias armazenadas e outros processos cognitivos. Em outras palavras, dirigimos nossa atenção para o estímulo que julgamos ser importante num exato momento. Os outros estímulos que não os principais, passam a fazer parte do “fundo” não sendo mais os focos na atenção;
- **Percepção:** é uma função cognitiva que se constitui de processos pelos quais o sujeito é capaz de reconhecer, organizar e dar significado a um estímulo vindo do ambiente através dos órgãos sensoriais; o indivíduo organiza os dados que lhe apresentam modalidades sensoriais, interpreta-os e completa-os através de suas lembranças, baseando-se em suas experiências. Interpretar e completar consiste em comparações, discriminações, seleções, expressados através de respostas verbais, motoras e gráficas;
- **Linguagem:** é uma função que usamos todos os dias, durante a maior parte do tempo, seja através da linguagem oral (numa conversa) ou da escrita (ao ler ou escrever um texto). Tanto a fala quanto a escrita são processos em que o indivíduo seleciona as palavras que conhece e as organiza num determinado contexto, dentro das regras gramaticais de seu idioma;

- Funções executivas: compreendem as atividades cognitivas responsáveis pelo planejamento e execução de tarefas. Elas incluem o raciocínio, a lógica, as estratégias, a tomada de decisões e a resolução de problemas. Todos esses processos cognitivos são produzidos diariamente, pois uma série de problemas - dos mais simples aos de maior complexidade - ocorrem na vida do ser humano. Assim, independente do grau de complexidade do problema, o sujeito precisa estar apto para analisar a situação (problema), lançar mão de estratégias, e antever as consequências de sua decisão.

Segundo Fialho [10], o ponto de vista cognitivista sobre a aprendizagem incide na importância dos conhecimentos anteriores, ou seja, um conhecimento não se constrói a partir do nada, esta construção supõe um conhecimento existente.

Será visto, mais adiante, que as metáforas servirão como âncoras ou *links* para associarmos conhecimentos novos aos conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo (aluno), o que vem de encontro com este ponto de vista cognitivista, ou seja, um conhecimento não se constrói do nada.

## **2.3 Embodied Cognition e as Metáforas**

Segundo Lakoff e Núñez [13], a cognição corporificada (*Embodied Cognition*) tem como premissa que corpo e a mente estão intimamente relacionados. Ainda segundo os autores, uma importante descoberta da Linguística Cognitiva é que conceitos são sistematicamente organizados por meio de uma vasta rede de mapeamentos conceituais (ex. metáforas conceituais ou montagens conceituais), ocorrendo em sistemas altamente coordenados e combinando caminhos complexos. A maior parte desses mapeamentos conceituais é usado inconscientemente e sem esforço na comunicação do dia a dia.

Lakoff e Núñez [13] apresentam um estudo sob cognição matemática sob a perspectiva da cognição corporificada (*Embodied Cognition*). Segundo os autores, muitos mecanismos cognitivos, que não são necessariamente matemáticos, são usados para caracterizar idéias matemáticas.

Lakoff e Johnson [12], baseados na evidência linguística, constataram que a maior parte de nosso sistema conceitual ordinário, em termos do qual pensamos e agimos, é de

natureza metafórica. Para os autores, as metáforas são ligadas às percepções do mundo, a começar pela relação com o próprio corpo (corporificada). Ou seja, a mente e o corpo não são independentes. Sendo assim, as metáforas estão longe de serem fenômenos marginais, são de importância vital para o próprio funcionamento da mente humana, uma vez que sem a sua atuação constante, o pensamento em si se tornaria impossível.

*“A metáfora é indiscutivelmente de natureza conceitual, pois é um importante instrumento do nosso aparato cognitivo e é essencial para a nossa compreensão do mundo, da nossa cultura e de nós mesmos.” [12]*

De tão comuns na língua corrente, as metáforas passam muitas vezes despercebidas. Presentes, na própria estruturação do sistema conceitual, comum aos membros de uma cultura, as metáforas se evidenciam na língua. Como afirmam Lakoff e Johnson, as metáforas estruturais convencionais não são raras, ao contrário, constituem a base do sistema conceitual do homem.

Metáfora Conceitual é um mecanismo cognitivo que nos permite estabelecer um mapeamento e fazer inferências num domínio alvo, baseado em inferências que são válidas em outro domínio fonte (de experiência). Estes mapeamentos ou correspondências não são arbitrários e podem ser estudados empiricamente e definidos com precisão. Não são arbitrários porque são motivados pela nossa experiência diária. Assim o domínio alvo é entendido, freqüentemente inconscientemente, em termos das relações válidas no domínio fonte. Quando se diz que ELE NÃO VAI COMPRAR AQUELA IDÉIA, não existem semelhanças inerentes à “idéia” e “comprar” que justificariam a metáfora. O conceito de comprar um objeto é independente da metáfora, mas o de comprar uma idéia só surge graças à metáfora.

De acordo com Lakoff e Johnson as correspondências metafóricas não são isoladas, mas ocorrem em sistemas complexos e combinam formas complexas. Tal como o resto do nosso sistema conceitual, o nosso sistema de metáforas conceituais convencionais é mantido sem esforço e reside abaixo do nosso nível de consciência. Ao contrário dos estudos tradicionais acerca da metáfora, a visão corporificada não vê as metáforas conceituais como residindo em palavras, mas no pensamento. Neste sentido, as expressões

lingüísticas metafóricas são apenas manifestações superficiais do pensamento metafórico. O que é, fundamentalmente, importante no estudo dos sistemas conceituais abstratos, tais como a cognição matemática e a aprendizagem, é que a estrutura de inferência do domínio fonte é preservada em cada correspondência feita sobre o domínio alvo, isto é, a estrutura do esquema imagético do domínio fonte é preservada nas correspondências [12].

Segundo Lakoff e Johnson, um mapeamento é a compreensão de que um objeto ou elemento em um espaço mental corresponde a outro objeto em outro espaço mental. Pode ser entendido como uma relação especial entre os dois espaços.

Para eles, o começo de toda a atividade cognitiva seria a experiência humana de lidar com o mundo externo. Estes autores afirmam que as metáforas não têm como base similaridades preexistentes, inerentes aos conceitos, mas que são as próprias metáforas que criam essas semelhanças que, de outra maneira, não existiriam.

Um exemplo de mapeamento pode ser visto na Tabela 2-2. Nela pode-se perceber que existe um mapeamento cognitivo que permite entender o tempo espacial em função do espaço físico. Quando se usa domínios que não são espaciais para falar sobre domínios espaciais, está se falando sobre coisas de natureza diferentes.

Tabela 2-2: Exemplo de mapeamento entre espaço e tempo [40]

<b>Domínio fonte – espacial</b>		<b>Domínio alvo – tempo</b>
Coisas (Objetos)	→	Tempos
Seqüência de objetos	→	Ordem cronológica do tempo
Movimento horizontal de entrada na seqüência em uma direção	→	Passagem do tempo
Coisas orientadas na sua frente e sua direção de movimento	→	Tempos orientados na sua frente e sua direção de movimento
O objeto A atrás do objeto B numa seqüência	→	O tempo A ocorre antes do tempo B

Segundo Barto [46], graças a esses mapeamentos ou mecanismos cognitivos, pode-se falar em matemática sobre uma função em movimento, crescendo, aproximando-se de valores e alcançando limites. Continuando, Barto [46] comenta que estes argumentos são

utilizados entre os estudantes e também entre os professores que utilizam a linguagem cotidiana para ensinar conceitos matemáticos. Formalmente, uma função não se movimenta, ela é estática. A função como definida na modernidade, é estática e pode ser compreendida via um mapeamento entre o domínio fonte de dinamismo físico e o domínio alvo da matemática ou da aritmetização da geometria. Para a ciência da cognição matemática, a representação gráfica de uma função já é a representação de um movimento, embora seja uma representação estática.

Lakoff e Núñez [13] exemplificam dizendo que quando pensamos na linha do metrô, pensamos nas estações de parada como sendo pontos sobre a linha. Se tirarmos uma das estações de parada, a linha ainda continuará do mesmo jeito. Os pontos não constituem a linha, são locações sobre a linha. Agora, pensando na reta euclidiana, se tirarmos um ponto então ela ficará com um buraco, isto é, o ponto particiona a reta. Esta visão resulta de uma metáfora conceitual “uma reta é um conjunto infinitos de pontos”.

No mesmo raciocínio, Barto [46] relata que em 2004, via vídeo-conferência, Núñez afirmou que quando dizemos ao nosso aluno que se uma circunferência e uma reta são tangentes então se tocam em um único ponto, esse tocar é metafórico, mas com uma inferência diferente da inferência no dia a dia. Tocar, no dia a dia, significa que temos dois objetos diferentes se tocando e não se transformando em um único objeto. Na geometria analítica, a intersecção de dois objetos é um único ponto de contato, então o ponto constitui a circunferência e a reta ao mesmo tempo, mas na vida real não existe um ponto comum a dois objetos. São regras de inferência diferentes. Quando o aluno enxerga o ponto de tangência como um ponto entre dois objetos, está usando a sua intuição, isto é, fazendo inferência natural. Quando o aluno enxerga o ponto de tangência entre dois objetos como pertencente aos dois objetos, então está fazendo inferência matemática.

Lakoff e Núñez [13] apresentam uma série de mapeamentos no âmbito da Matemática. Por exemplo, a conceituação de números como pontos de uma reta ou da reta como um conjunto de pontos. Segundo Barto [46], a Matemática trabalha com entidades que não se percebe fisicamente no universo, por exemplo, ponto euclidiano, mas que existem conceitualmente no imaginário. A geometria analítica cartesiana considera um plano como um conjunto de pontos específicos. Uma reta é um conjunto de pontos ainda mais específico. Essa linguagem cartesiana não tem como explicar que a reta passa por dois



pontos. O agente dinâmico é a reta toda e não um elemento discreto. A fronteira entre Brasil e Argentina não se move, é imaginária, mas podemos descrevê-la, falar como se a fronteira fosse um objeto dinâmico.

Ainda segundo Barto [46], esse movimento fictício é semântico, é lingüístico. Quando vemos a nossa mão, estamos vendo um objeto compacto e não um conjunto de pontos. Um ponto ocupa uma posição, mas não constitui um objeto que se move. Na visão cartesiana que é estática, os pontos são constitutivos da reta, mas na visão natural que é dinâmica, os pontos não são constitutivos da reta.

Segundo Lakoff e Núñez [13], nós fazemos inferências no domínio alvo, baseados em inferências válidas no domínio fonte (baseado na experiência). Assim o domínio fonte é entendido, freqüentemente inconscientemente, em termos das relações que são válidas no domínio fonte. Usamos como exemplo para estas idéias, as representações gráficas de funções crescentes. A maioria das pessoas, quando pensa em crescimento, relaciona com o seu próprio crescimento físico (crescer é para cima).

Desse modo, a idéia de crescimento de uma função pode ser entendido através da idéia de crescimento físico. Em geral, inconscientemente, usamos o que temos em nosso domínio fonte e entendemos que “se crescer é para cima, então uma função que cresce está subindo, indo para cima”. A idéia Matemática de que “uma função crescente sobe” pertence ao domínio alvo [46].

Lakoff e Núñez [13], além de apresentarem uma série de mapeamentos no âmbito da Matemática, também apresentaram uma série de metáforas, dentre as quais destacamos a Metáfora Básica do Infinito (BMI – *The Basic Metaphor of Infinity*). Para os autores, o conceito de infinito não pode ser corporificado, porque todas as coisas que existem são finitas, portanto, apresentam um fim ou um entorno. Sendo assim, o conceito de infinito vem da noção de negação daquilo que é finito. O que temos é uma noção corporificada do que seja o infinito. Não conseguimos caracterizar coisas infinitas como pontos no infinito, conjuntos infinitos ou uniões infinitas.

Os autores pregam que o infinito pode ser entendido como um processo contínuo e sem fim, de iteração, um movimento que continua para sempre. A idéia de ação iterativa

pode ser usada de várias formas para expressar a idéia de ação contínua e pode ser caracterizada em termos cognitivos como uma metáfora.

Movimentos indefinidamente contínuos são difíceis de visualizar, então, o que fazemos é visualizar indefinidamente a repetição de pequenos movimentos. No dia a dia, ações contínuas requerem ações iterativas. Por exemplo, a ação de andar continuamente pressupõe repetição de passos, nadar continuamente pressupõe repetição de movimentos dos braços e pernas. Este conflito, entre ações repetidas e ações contínuas, resulta numa metáfora em que ações contínuas são conceituadas em termos de ações repetidas. Os processos contínuos infinitos são conceituados por meio desta metáfora que conceitua processos iterativos infinitos como tendo ponto final e um resultado. Este tipo de infinito é chamado de infinito atual.

Outro tipo de infinito é o infinito potencial que se refere à idéia de processo sem fim. É como se numa seqüência numérica, fôssemos sempre acrescentando mais um e mais um indefinidamente.

## **2.4 Aprendizagem Significativa**

Ao se pensar em uma teoria de aprendizagem que sirva como fundamentação ao proposto neste trabalho e se alinhe aos trabalhos de Lakoff e Núñez, deparamo-nos com o paradigma teórico-metodológico de David Ausubel, intitulado Aprendizagem Significativa.

A premissa fundamental de Ausubel é: "O aprendizado significativo acontece quando uma informação nova é adquirida mediante um esforço deliberado por parte do aprendiz em ligar a informação nova com conceitos ou proposições relevantes preexistentes em sua estrutura cognitiva" [7].

A teoria de Ausubel prioriza a aprendizagem cognitiva, que é a integração do conteúdo aprendido numa edificação mental ordenada: a estrutura cognitiva. Como visto anteriormente, essa estrutura cognitiva representa todo um conteúdo informacional armazenado por um indivíduo, organizado de uma certa forma em qualquer modalidade do conhecimento. O conteúdo previamente detido pelo indivíduo representa um forte influenciador do processo de aprendizagem. Novos dados serão assimilados e armazenados na razão direta da qualidade da estrutura cognitiva prévia do aluno ou aprendiz.

Neste sentido, a aprendizagem significativa envolve a aquisição de novos significados e esses novos significados são o produto da aprendizagem significativa, que só ocorre quando o estudante relaciona, de forma não arbitrária e substancial, uma nova informação a outras, com as quais o estudante esteja familiarizado, ou seja, a nova idéia é relacionada a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição [7].

Segundo Lima e Zauer [21], a aprendizagem significativa requer, como condição, que o estudante demonstre disposição em adotar uma estratégia para estabelecer relações entre o conceito em construção e o que ele já possui como suporte (conhecimento prévio). Além disso, o material a ser aprendido deve ser potencialmente significativo, o que implica poder ser relacionado a uma estrutura cognitiva apropriada, com sentido lógico, e que as idéias básicas relevantes às novas informações sejam componentes da estrutura cognitiva do estudante.

Portanto, a teoria da aprendizagem significativa baseia-se na idéia de que o armazenamento de informações ocorre a partir da organização dos conceitos de forma hierárquica, com relações formadas entre os elementos mais genéricos e os mais específicos. Segundo este enfoque, o ensino deve se efetuar programando os temas de forma hierárquica, com estrutura lógica, tornando explícitas as relações entre idéias, ressaltando similaridades e elementos comuns, sempre considerando o conhecimento prévio do aluno.

Para Ausubel, a aprendizagem pode se processar entre os extremos da aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa. A aprendizagem mecânica está relacionada com a aprendizagem de novas informações, com pouca ou nenhuma associação com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aluno. O aluno simplesmente recebe a informação e a armazena, de forma que ela permanece disponível por um certo intervalo de tempo. Mas, na ausência de outras informações que lhe sirvam de combinação, permanece na estrutura cognitiva de forma estática. Este tipo de aprendizado ocorre quando as novas informações são aprendidas sem interagirem com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Assim, a pessoa decora fórmulas, leis, procedimentos para provas e pode esquecer logo após a avaliação.

Já a aprendizagem significativa, que tem como base as informações já existentes na estrutura cognitiva, é considerada por Ausubel como idéia-âncora ou subsunçor. O subsunçor é uma estrutura específica ao qual uma nova informação pode se integrar à mente humana, que é altamente organizada e detentora de uma hierarquia conceitual que armazena experiências prévias do aluno. Sendo assim, as novas informações podem interagir, contribuindo para a transformação do conhecimento em novos conhecimentos, de forma dinâmica, mas relacionada entre a nova informação e os aspectos relevantes da estrutura cognitiva do indivíduo. Em outras palavras, pode-se dizer que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos relevantes pré-existent na estrutura cognitiva do aluno.

Analisando o exposto anteriormente, conclui-se que a aprendizagem significativa é preferível à aprendizagem mecânica, pois constitui um método mais simples, prático e eficiente. Muitas vezes, um indivíduo pode aprender algo mecanicamente e só mais tarde perceber que este se relaciona com algum conhecimento anterior já dominado. No caso, ocorreu um esforço e tempo demasiado para assimilar conceitos que seriam mais facilmente compreendidos se fosse encontrada uma “âncora” ou um conceito subsunçor, existente na estrutura cognitiva.

Segundo Ausubel, para que ocorra a aprendizagem significativa, são condições fundamentais:

- O aluno precisa ter uma disposição para aprender: se o indivíduo quiser memorizar o material arbitrariamente e literalmente, então, a aprendizagem será mecânica;
- Ocorra um conteúdo mínimo na Estrutura Cognitiva do indivíduo, com subsunçores em suficiência para suprir as necessidades relacionais;
- O material a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, ele tem que ser logicamente e psicologicamente significativo: o significado lógico depende somente da natureza do material, já o significado psicológico é uma experiência que cada indivíduo tem.

Segundo Ausubel, a aprendizagem mecânica é necessária e inevitável no caso de conceitos inteiramente novos para o aprendiz, mas, posteriormente, ela passará a se transformar em significativa. Para acelerar esse processo, Ausubel propõe os organizadores

prévios, âncoras criadas a fim de manipular a estrutura cognitiva, interligando conceitos aparentemente não relacionáveis através da abstração. Vários investigadores, que compartilham a preocupação de Ausubel, têm estudado fatores como: analogias, metáforas e exemplos que ajudam os aprendizes a vincular conceitos novos com os familiares, para desenvolver referências concretas para os conceitos abstratos.

Segundo Menestrina e Goudard [55], é muito importante a maneira como o docente apresenta o material (diretamente, mediante livros ou outros materiais didáticos), e que esta apresentação consiga atualizar a significação intrínseca de conteúdo em uma situação concreta e efetiva, que facilite e ative os esquemas de conhecimentos pertinentes e que estimule e incentive os alunos, modificando uma disposição (por vez) desfavorável em favorável para realizar a aprendizagem significativa.

Complementando, Marini e Moreira [56] salientam que, para fazer sucesso no ensino, é necessário ao professor: seleção de exemplos ligados à estrutura cognitiva dos aprendizes, ritmo adequado conduzindo à aprendizagem significativa, motivação, emprego de apoios concretos para a elaboração de conceitos primários, desenvolvimento de abstrações secundárias, seleção de estratégias alternativas e de idéias básicas para não sobrecarregar o aluno de informações desnecessárias, emprego de princípios adequados à ordenação de seqüência do assunto, tendo uma lógica interna e planejando exercícios práticos e certificar-se da consolidação do que está sendo estudado, antes de introduzir novos conceitos.

Assim sendo, a idéia da utilização das metáforas e dos recursos multimídia é que os mesmos sirvam como uma âncora para o aluno. Em outras palavras, o desenvolvimento do material didático por meio desta combinação, metáfora e recursos multimídia, deve ser potencialmente significativa para permitir um aprendizado significativo. Desta forma, quando o conceito for solicitado na resolução de um exercício qualquer, o aluno vai ser capaz de associar o conceito requisitado com a metáfora e, conseqüentemente, ser capaz de entender e resolver o problema.

#### **2.4.1 Mapas Conceituais**

Os Mapas Conceituais, desenvolvidos por John Novak [62] a partir da teoria de Ausubel, são representações gráficas semelhantes a diagramas, que indicam relações entre

conceitos ligados por palavras. Representam uma estrutura que vai desde os conceitos mais abrangentes até os menos inclusivos. São utilizados para auxiliar a ordenação e a seqüenciação hierarquizada dos conteúdos de ensino, de forma a oferecer estímulos adequados ao aluno. Em linhas gerais os conceitos são apresentados em retângulos e as ligações entre estes conceitos são representadas por linhas que rotulam o tipo de relacionamento entre estes.

Os recursos esquemáticos dos mapas conceituais, que representam um conjunto de conceitos inter-relacionados numa estrutura hierárquica proposicional, servem para tornar claro para professores e alunos as relações entre conceitos de um conteúdo aos quais deve ser dada maior ênfase. Em sua essência, provêem representações gráficas de conceitos em um domínio específico de conhecimento, construídos de tal forma que as interações entre os conceitos são evidentes.

Segundo Gaines e Shaw [63], os mapas conceituais podem ser descritos sob diversas perspectivas, conforme o nível de análise considerado:

- Perspectiva abstrata: os mapas conceituais constituídos por nós ligados por arcos podem ser vistos como hipergrafos ordenados. Cada nó tem um identificador único e um conteúdo, enquanto as ligações entre nós podem ser direcionadas ou não direcionadas, representados visualmente por linhas entre os nós, com ou sem flechas nas extremidades;
- Perspectiva de visualização: os mapas conceituais podem ser vistos como diagramas, construídos através do uso de signos. Cada tipo de nó pode determinar (ou ser determinado) pela forma, cor externa ou de preenchimento, enquanto as ligações podem ser identificadas pela espessura da linha, cor ou outras formas de representação;
- Perspectiva da conversação: os mapas conceituais podem ser considerados como uma forma de representação e comunicação do conhecimento através de linguagens visuais, porque estão sujeitos à interpretação por alguma comunidade de referência. Esta interpretação permite o estabelecimento de um paralelo entre a linguagem natural e a linguagem visual - as estruturas gramaticais e suas estruturas adquirem significado segundo são utilizadas em uma determinada comunidade.

Como uma ferramenta de aprendizagem, o mapa conceitual é útil para o estudante:

- Fazer anotações;
- Resolver problemas;
- Planejar o estudo e/ou a redação de grandes relatórios;
- Preparar-se para avaliações;
- Integrar os tópicos.

Para os professores, os mapas conceituais podem auxiliar em suas tarefas rotineiras, tais como:

- Ensino de um novo tópico: na construção de mapas conceituais, os conceitos difíceis são clarificados e podem ser arranjados em uma ordem sistemática. O uso de mapas conceituais pode auxiliar os professores a se manterem mais atentos aos conceitos chaves e relações entre eles. Os mapas podem auxiliá-lo a transferir uma imagem geral e clara dos tópicos e suas relações para seus estudantes. Desta forma torna-se mais fácil para o estudante não perder ou não entender qualquer conceito importante;
- Reforço da compreensão: o uso dos mapas conceituais reforça a compreensão e aprendizagem por parte dos alunos. Ele permite a visualização dos conceitos chave e resume suas inter-relações;
- Verificação da aprendizagem e identificação de conceitos mal compreendidos: os mapas conceituais também podem auxiliar os professores na avaliação do processo de ensino. Eles podem avaliar o alcance dos objetivos pelos alunos através da identificação dos conceitos mal entendidos e os que estão faltando;
- Avaliação: a aprendizagem do aluno (alcance dos objetivos, compreensão dos conceitos e suas interligações, etc.) podem ser testadas ou examinadas através da construção de mapas conceituais.

Segundo Amoretti e Tarouco [64], a representação do conhecimento em rede facilita a apreensão do conhecimento porque a memória humana reconhece e retém mais rapidamente os exemplares prototípicos, respondendo de maneira mais satisfatória às

expectativas de realidade dos leitores, facilitando o processo mental da compreensão. A rede simula aspectos típicos da cognição humana, tendo como característica essencial a flexibilidade na modelagem de fenômenos cognitivos que é a capacidade da rede de sempre completar os conceitos descritos através da associação de novas propriedades aos conceitos básicos.

Um exemplo de um mapa conceitual de Integral pode ser visto na Figura 2-2.

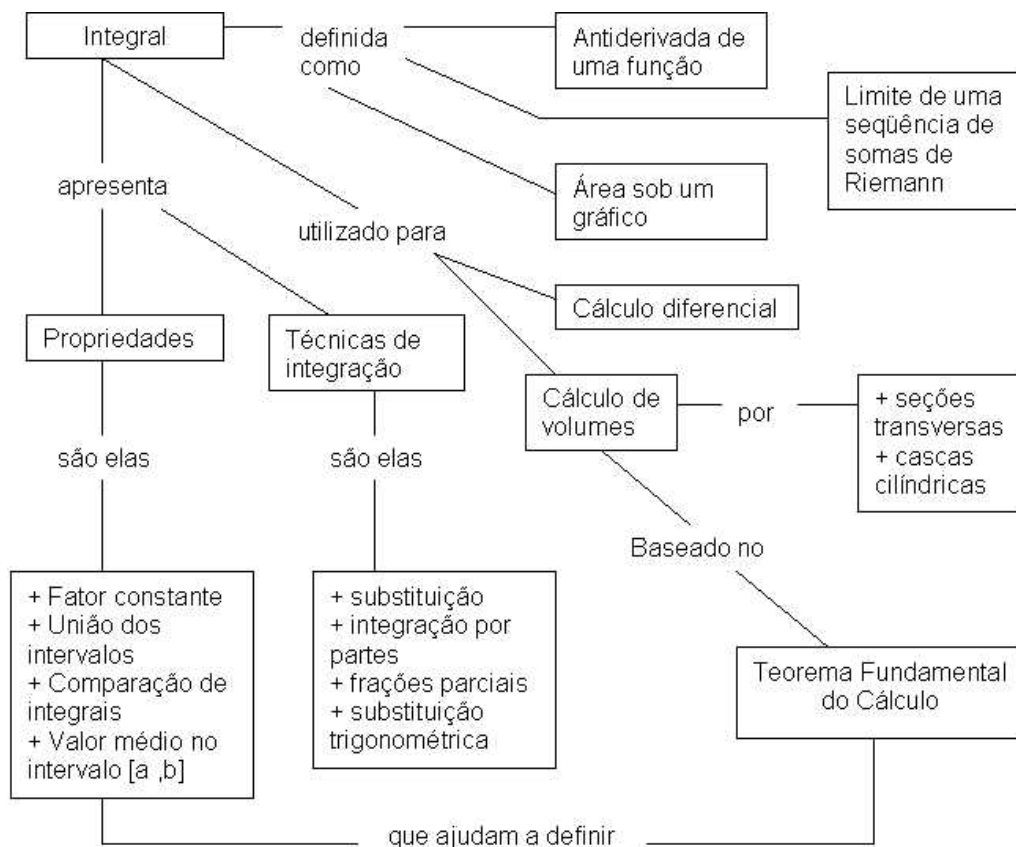


Figura 2-2: Mapa Conceitual de Integral [65]



## 3 Metáforas

### 3.1 Introdução

A metáfora é uma figura de linguagem que transfere um termo para uma esfera de significação que não é a sua, com a finalidade de estabelecer representação do mundo por meio de analogias. Metáforas simples fazem simples comparações: "meter a mão em cumбуca, feio como o diabo, fazer das tripas coração". Metáforas complexas são histórias com diversos níveis de significado. "Uma metáfora contada de maneira clara e simples distrai a mente consciente e ativa a procura inconsciente por significados e recursos" [54], ou seja, revelam elementos ocultos que apenas o inconsciente pode perceber e utilizar.

As metáforas têm sido estudadas por diversos lingüistas e filósofos [59]. Esses estudiosos têm acentuado o fato de que os seres humanos comunicam-se livremente com outros, alertas ou não, construindo metáforas. A influência recíproca entre a decodificação e a codificação de mensagens ocorre por meio do relacionamento entre o significado pretendido e o significado interpretado.

Segundo Almeida [41], da antigüidade clássica até meados do século XX, a metáfora era vista exclusivamente como uma figura de linguagem que servia ao embelezamento de textos e discursos. De acordo com essa visão, que tem suas raízes no pensamento aristotélico, ela teria as funções de auxiliar na persuasão, quando analisada sob a ótica da retórica, e de criar efeitos estéticos agradáveis, quando observada a partir da perspectiva da poética. De qualquer forma, ela sempre se apresentava como linguagem figurada, associada à imaginação e em oposição ao que seria a linguagem das verdades científicas e filosóficas: a literal.

Essa abordagem da metáfora parece ter sido consequência do mito do objetivismo introduzido no pensamento ocidental pelo racionalismo cartesiano. A linguagem, na concepção objetivista, deveria ser um espelho da realidade. Quanto mais literal, mais objetiva e científica. Acreditava-se que era possível o acesso a um conhecimento verdadeiro pela razão (racionalistas) ou pela percepção sensorial (empiristas), ultrapassando-se para tanto a imperfeita mediação da linguagem em uso, uma linguagem plena de duplos sentidos e imprecisões que só deturpariam o conhecimento verdadeiro.

Com o cognitivismo tornando-se emergente, o conhecimento da realidade passou a ser visto como uma construção mental. Apenas a informação dita objetiva não é suficiente para o processo de cognição. O conhecimento passa a ser visto como o resultado de uma ação individual que dependerá da interação com o contexto sociocultural e com o conhecimento preexistente do sujeito. Em meio a tal percepção sobre o que seja conhecimento, a metáfora deixou de ser vista como um ornamento e passou a ser considerada como uma operação cognitiva com interesse epistemológico.

O valor cognitivo da metáfora ganhou mais importância nos estudos lingüísticos a partir do trabalho de Lakoff e Johnson publicado em 1980. Para Lakoff e Johnson [12], há um sistema conceitual metafórico subjacente à linguagem que influencia todo pensamento e toda ação. A metáfora, segundo esta visão, faz parte da vida cotidiana. Na linguagem, ela está totalmente imbricada na vida humana, sendo capaz de tornar a nossa própria vida uma experiência organizada.

Em todos os aspectos da vida, não apenas em política ou em amor, definimos nossa realidade em termos de metáforas e então começamos a agir com base nelas. Fazemos inferências, fixamos objetivos, estabelecemos compromissos e executamos planos, tudo na base da estruturação consciente ou inconsciente de nossa experiência por meio de metáforas [12].

Para Lakoff e Johnson [12], a metáfora não é uma simples forma de dizer, mas também de compreender e experienciar uma coisa em termos de outra, de pensar e agir. A figura está na linguagem cotidiana, na literária e até mesmo na científica. A dicotomia entre razão (objetivismo) e imaginação (subjetivismo) dá lugar a uma racionalidade imaginativa. A metáfora, nessa concepção, concilia razão e imaginação. Esta visão também unifica o corpo e a mente, pois, segundo os autores, compreendemos o mundo por meio de metáforas construídas com base em nossa experiência corporal. Trata-se de perspectiva que concebe uma mente corporificada.

Ainda segundo Lakoff e Johnson [12], as pessoas pensam conceitos metaforicamente. Estes conceitos metafóricos estão baseados na nossa constante interação com o nosso meio físico e cultural. Entre vários tipos de metáforas, as metáforas conceituais têm sempre uma forma proposicional e de um modo geral estão subjacentes à

linguagem e não são enunciadas. Mas é a linguagem, no entanto, que revela os conceitos metafóricos. Por exemplo, na sentença “é preciso destruir os argumentos do fulano” está subjacente a metáfora “discussão é uma guerra”. Nessa ótica, a metáfora não é mais vista como um mero enfeite retórico, mas como uma forma de conhecer a realidade. A metáfora ilumina, atenua e esconde aspectos da experiência.

A visão tradicional-objetiva reconhece que uma metáfora pode descrever a realidade, e entende realidade como um objeto externo em relação ao sujeito. Na perspectiva cognitivista, a metáfora não apenas descreve como também pode criar a realidade. E, ao fazer isso, influencia a ação. "As metáforas novas têm o poder de criar uma realidade nova" [12].

Segundo Silva [48], a metáfora é um fenômeno conceitual por natureza, processo e modelo cognitivo, constitutivo do nosso sistema conceitual, modo natural de pensar e de falar, tanto na linguagem corrente como no discurso científico, radicado na experiência humana e responsável quer pela estruturação do pensamento, da linguagem e da ação, quer pela inovação conceptual. Especificamente, a metáfora é um importante mecanismo cognitivo pelo quais domínios da experiência mais abstratos e intangíveis podem ser conceitualizados em termos do que é mais concreto e imediato.

Na linguagem de todos os dias, temos que fazer referência a conceitos abstratos como o tempo, as relações interpessoais ou a própria vida, e fazemo-lo, habitualmente, em termos metafóricos: conceitualizamos e verbalizamos o tempo em termos espaciais, a vida como uma viagem, as teorias intelectuais e científicas como edifícios, a discussão como guerra, etc. [12].

Segundo Lakoff e Turner [47], a metáfora é uma figura de linguagem que compara seletivamente, destacando as qualidades de um sujeito consideradas importantes para aquele que as usa. Para eles, a metáfora é uma ponte que liga domínios semânticos diferentes, fazendo, assim, com que percebamos novos caminhos para a compreensão do sujeito. A metáfora é uma maneira de expandir os significados de palavras além do literal ao abstrato e uma maneira de expressar o pensamento abstrato em termos simbólicos.

Uma metáfora apresenta "um equilíbrio sutil entre, por um lado, a especificidade dos elementos nela incluídos, a fim de persuadir o interlocutor ou leitor da semelhança

entre a história e a sua própria situação e, por outro lado, uma certa imprecisão, lacunas no conteúdo, "jogo" (no sentido mecânico da palavra), para que ele aceite a metáfora e receba dentro do seu próprio modelo de mundo [38].

As metáforas podem adotar várias formas, dependendo do efeito que se deseja, do conteúdo que se quer veicular, do tempo disponível do interlocutor ou do grupo de ouvintes. Alguns tipos de metáforas que interessam à educação [23]:

- As imagens: são rápidas e simples, ilustram bem o oral e o escrito. No fundo, é uma palavra ou frase que muda de sentido: pegar o touro à unha; ficar de nariz torcido; tapar o sol com a peneira;
- As comparações: também são imagens. Contêm um elemento comparativo: fumar como uma chaminé, beber como um gambá;
- Os provérbios: são máximas ou sentenças de caráter prático e popular, comum a todo um grupo social, expressa em forma sucinta e geralmente rica em imagens: quanto maior a nau, maior a tormenta; gato escaldado tem medo de água fria;
- As anedotas e as citações: são relatos sucintos de fatos jocosos ou curiosos vividos por outros e citados entre aspas, pelo autor do discurso ou do texto: "Isto me faz pensar na pergunta que fulano fez durante..."; "Como teria dito o professor de português...";
- Os mitos e os contos: histórias imaginárias, geralmente de origem popular, que colocam em cena heróis que evocam forças da natureza ou aspectos da condição humana durante incidentes que não teriam acontecido: o mito do paraíso perdido, as mitologias greco-romanas, os contos de fada;
- Narrações, parábolas, histórias: são formas metafóricas mais completas e complexas. Para gerar mudanças no interlocutor a história deverá possuir formas semelhantes à realidade vivida por ele.

De acordo com Mazilli [49], uma metáfora deve ser criada da seguinte maneira:

- O primeiro passo para se criar uma metáfora é saber o estado atual e o estado desejado do ouvinte. A metáfora será a história ou a jornada de um ponto para o outro;
- Decodifique os elementos de ambos os estados: pessoas, lugares, objetos, atividades, tempo, sem perder de vista os sistemas representacionais e submodalidades de cada um desses elementos;
- Escolha um contexto adequado para a história, de preferência um que seja interessante, e substitua os elementos do problema por outros elementos, porém mantendo a relação entre eles;
- Crie a trama da história de maneira que ela tenha a mesma forma do estado atual e conduza-a, através da estratégia de ligação, até a solução do problema (o estado desejado).

Lakoff e Johnson [12] nos mostram que grande parte das metáforas está relacionada à nossa orientação espacial - noções como em cima - embaixo, dentro - fora, frente - atrás, centro - periferia - que emerge do fato de termos um corpo como que temos e interagirmos como interagimos com o nosso ambiente físico. Por exemplo, a noção *EM CIMA* emerge porque quase todo o movimento que fazemos (e.g., ficar de pé, deitar para dormir) envolve um programa motor que muda, mantém ou pressupõe a orientação *EM CIMA-EM BAIXO*. Essa noção gera um número grande de metáforas, tais como:

- o *ALEGRIA É PARA CIMA / TRISTEZA É PARA BAIXO*:
  - Ex.: Hoje estou me sentindo pra cima; Você está de alto astral; Estou na fossa; Ela está pra baixo hoje;
- o *E VIRTUDE É PARA CIMA / DEPRESSÃO É PARA BAIXO*:
  - Ex.: Marta tem um alto padrão de comportamento; Maria tem uma mente superior; Este foi um truque baixo.

Segundo Lakoff e Johnson, experiências físicas diretas como essas não são, entretanto, inerentes ao tipo de corpo que temos, mas envolvem certos pressupostos culturais. No exemplo dado, a noção de verticalidade (*EM CIMA-EM BAIXO*) envolve o fato de vivermos em um campo gravitacional no qual vivemos. Alguém que vivesse em

condições diferentes no espaço sideral, por exemplo, sem outro tipo de experiência, talvez não tivesse a mesma noção espacial [12]. Entretanto, apesar de toda experiência ter uma base cultural, ainda é possível fazer uma distinção entre experiências mais físicas (como levantar) e experiências mais culturais (como participar de uma cerimônia de casamento).

Da mesma forma que a experiência do homem com o seu próprio corpo fornece rico subsídio para compreender conceitos em termos orientacionais (metáforas orientacionais), por exemplo, *MAIS É PARA CIMA*, *FELIZ É PARA CIMA*, a experiência com objetos e substâncias físicas dá origem a metáforas ontológicas, que ajudam a entender outros conceitos envolvendo mais que mera orientação, como eventos, emoções e idéias. Identificamos nossas experiências como entidades ou substâncias que, como tais, podem ser categorizadas, agrupadas e quantificadas. Por exemplo, experienciamos nosso corpo como um recipiente, que tem limites (a pele) e orientação *DENTRO - E - FORA* (o resto do mundo está fora). A partir dessa experiência, a noção *DENTRO-E-FORA* é projetada para outros objetos físicos que têm limites, bem ou mal delineados, tais como uma sala (ex.: Entrei em sala) ou uma clareira na floresta (e.: Ficaram a noite inteira numa clareira da floresta), e uma série de outras coisas, tais como campos visuais (ex.: Ela saiu do meu campo de visão), eventos (Ex.: Eles estão fora da competição) e, atividades (Ex.: Entrei neste campo há 2 anos), que passam então a ser vistos também como recipientes com partes internas, externas e limites.

Assim sendo, falar e entender metáforas só é possível porque existem metáforas no sistema conceitual humano. Seu uso é automático, não exigindo, portanto, esforço de interpretação, fazendo parte do modo de pensar de uma comunidade lingüística [12]. Desta feita, na visão objetivista (conhecemos o mundo por meio dos objetos que o constitui; entendemos esses objetos por causa dos conceitos inerentes a eles e por meio das relações existentes entre eles; as palavras têm significados fixos; o conhecimento “objetivo” é o conhecimento real, verdadeiro) “diferir” em digerir uma idéia, por exemplo, não é mais vista como uma palavra metafórica, e sim, literal, homônima de uma outra palavra digerir. A visão tradicional não nega a sua origem metafórica, mas entende que, uma vez convencionalizada, digerir morreu como uma metáfora e congelou seu significado metafórico antigo como um novo significado literal [12]. Entretanto para a lingüística cognitiva, a chamada linguagem literal está repleta de metáforas e de forma sistemática. De

forma que digerir uma idéia não é uma metáfora isolada, mas parte de um grupo de outras expressões em que idéias são faladas em termos de comida [12]. Resumindo, existem, segundo Lakoff e Johnson [12] as semelhanças, mas não podem estar baseadas em conceitos inerentes. As semelhanças surgem como resultado de metáforas conceituais e devem, portanto, ser consideradas interacionais e não inerentes. Estaríamos, assim, ampliando nossas habilidades em entender certos aspectos importantes da nossa interação com o mundo e da nossa realidade:

- O que ele me disse me deixou com um gosto ruim na boca;
- O que temos nesse papel não passam de fatos crus, idéias meio cozidas e teorias sub-aquecidas;
- Não dá para engolir nenhuma dessas idéias;
- Ele devorou o livro.

Segundo Carvalho [66], por trás dos mitos do objetivismo e do subjetivismo, há a motivação humana para o entendimento do mundo externo e de seus aspectos internos, respectivamente. Na visão experiencialista, essas duas formas de entendermos o mundo não são, necessariamente, opostas. O que difere do modo de pensar experiencialista é o fato de separar o homem do meio. Para o objetivismo, o homem deve controlar o meio, para o subjetivismo, o homem deve vencer a alienação que o separa do meio e de outros homens. O mito experiencialista vê o homem como parte do meio em uma relação de transformação mútua por meio da interação constante de negociação, tendo como consequência o entendimento.

Como conclusão, Carvalho [66] diz que a metáfora não é simplesmente uma questão de palavras. Ao contrário, o pensamento humano é fortemente metafórico. As expressões lingüísticas existem porque há metáforas no nosso sistema conceitual. A sua essência é de experienciar uma coisa em termos de outra. Assim, as metáforas são analisadas como relações estáveis e sistemáticas entre domínio-alvo e domínio-fonte. A estrutura conceitual e a linguagem do domínio-fonte são usadas para retratar uma situação no domínio-alvo. E essa correspondência entre esses domínios é entendida como estrutura de conhecimento que fica dentro da memória.

## **4 A informática aplicada à educação**

### **4.1 Introdução**

A proliferação dos computadores pessoais em conjunto com a popularização da Internet incrementou os níveis de comunicação entre os usuários, criando uma variedade de serviços oferecidos através desta rede heterogênea de ambientes, sistemas e plataformas. Aplicações de comércio eletrônico, transações bancárias, entretenimento, aplicações educacionais, dentre outras, são exemplos comuns de serviços oferecidos.

No âmbito educacional, a aplicação da informática tem sido alvo de intensas pesquisas devido à importância da utilização de ferramentas computacionais como apoio ao processo de ensino e aprendizagem. O uso da informática na educação constitui um paradigma, justificado por inúmeros autores que reforçam a aplicação dos computadores como agentes que contribuem para a construção do conhecimento [57].

Segundo Flemming, Luz e Coelho [9], a educação sempre foi alvo de preocupações, debates e investimentos por parte dos governos, empresários e da sociedade como um todo. Atualmente, devido à globalização e aos avanços das tecnologias de comunicação e informação, verifica-se um aumento significativo nos debates e investimentos, resultando numa necessidade de se repensar e/ou desenvolver práticas pedagógicas para melhor atender as necessidades do aluno.

Porém, uma pergunta se faz necessária neste contexto: Como o conteúdo de um determinado curso e a tecnologia podem ser organizados para facilitar o aprendizado do aluno tanto a distância quanto presencialmente? Obviamente, uma simples transcrição do material utilizado pelo professor, seja este material em transparências ou notas de aula, não é o suficiente para o aluno compreender o conteúdo de uma dada disciplina.

Segundo Valente [50], existem diferentes maneiras de usar o computador na educação. Uma maneira é informatizando os métodos tradicionais de instrução, que do ponto de vista pedagógico, seria o paradigma instrucionista. No entanto, o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem nos quais o estudante, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir seu conhecimento – paradigma



construcionista. Neste caso, o estudante não é mais instruído ou ensinado, mas é construtor do seu próprio conhecimento.

Segundo Moraes [51] as funções cognitivas estão sendo desenvolvidas, ampliadas, modificadas, exteriorizadas de diferentes maneiras em função das tecnologias digitais disponíveis no ciberespaço. As novas tecnologias digitais vêm favorecendo novas formas de acesso à informação, novos estilos de pensar, raciocinar e novas dinâmicas no processo de construção de conhecimento. Entretanto, o uso de tais recursos está aliando-se, cada vez mais, à concepção empirista da educação, fortalecendo o pensamento positivista, prestigiando a função informativa do computador e instrucionista da educação, em detrimento da função construtiva, dos aspectos reflexivos e criativos que o uso dessas ferramentas também favorece. Em vez de ajudar a educação a reduzir os desequilíbrios entre os aspectos informáticos e construtivos dos sistemas de ensino-aprendizagem, estas ferramentas vêm fortalecendo o desenvolvimento de práticas pedagógicas instrucionistas, tecnologicamente mais sofisticadas, mas pedagogicamente vazias e empobrecidas.

Segundo Chaiben [16], nenhuma outra recente inovação na educação tem sido tão questionável quanto a dos computadores em sala de aula. Quando utilizados com racionalidade podem desempenhar um papel valioso no processo educacional, estimulando o interesse do aluno, resolvendo problemas ou realizando simulações. Por outro lado, quando utilizados sem muitos critérios podem não só produzir efeitos indesejáveis como também consumir recursos expressivos.

De acordo com Basso e Maçada [45], pensar em mudanças na Escola ocorrerão a partir da implantação de ambientes informatizados, com acesso a recursos de Educação a Distância, sem considerar como básico a formação de usuários e produtores de conhecimento, redundará no fracasso. Equívoco semelhante é pensar que a falta de professores, dado o crescente aumento do número de pessoas que procuram uma vaga na Escola, pode ser resolvida apenas com muitos computadores e “animadores” em salas de aula.

Utilizar o computador, softwares, a Internet, o correio eletrônico, ferramentas de busca, a videoconferência, enfim os meios de comunicação associados às redes de computadores, para reproduzir o ensino tradicional, pode ser visto como a subutilização do

potencial por eles permitido, além de não oferecer uma alternativa que permita uma tomada de consciência dos próprios métodos e concepções de ensino-aprendizagem.

É comum encontrar *sites* de professores que colocam suas disciplinas à disposição dos alunos, muitas delas contendo a bibliografia utilizada, o horário e o local das aulas, as datas das provas, a lista de exercícios e o endereço eletrônico do professor. Outras disciplinas e cursos disponíveis na Internet possuem o conteúdo, alguns exemplos para servir como modelos, exercícios propostos e a possibilidade dos mesmos serem enviados para correção. Exemplos como esses devem ser questionados sobre a contribuição que estão dando para a aprendizagem do aluno. Será que efetivamente contribuem ou simplesmente ajudam o professor a organizar melhor sua disciplina e a comunicação com os alunos?

De acordo com Barone e Silveira [6], de nada adianta um software educativo repleto de recursos gráficos se não existe um conteúdo que disponha de relevância pedagógica, ou seja, que seja realmente útil para os alunos. Além disso, os professores podem buscar apoio de técnicos em informática, através da criação de equipes interdisciplinares, o que fará com que o software seja adequado quanto aos recursos da informática e também possua um conteúdo relevante pedagogicamente.

Assim sendo, algumas perguntas podem ser feitas: Estamos tentando mudar a metodologia de trabalho com os alunos? Estamos preocupados com o desenvolvimento cognitivo do nosso aluno? Ou será que estamos apenas adicionando um novo recurso ao ensino tradicional, e, além disso, considerando que tais propostas são inovadoras?

Segundo Basso e Maçada [45], historicamente o papel da tecnologia na educação foi periférico e somado ao modelo de instrução tradicional. Agora existe uma tecnologia associada ao computador que pode ser transformadora e que possibilita um trabalho essencialmente ativo por parte dos estudantes.

Não devemos nos esquecer que a tecnologia faz parte do nosso cotidiano: máquinas e equipamentos nos cercam e estão de tal forma integrados ao nosso dia a dia, que nem nos damos conta da sua existência, tal a sua incorporação à vida moderna. Diante dessa realidade, verificamos a crescente ampliação de seu uso nos processos educacionais, sendo,

portanto, importante que docentes e alunos interajam criticamente e criativamente com as tecnologias disponíveis na sociedade [68].

Portanto, uma reorganização do material didático, ou seja, uma reorganização da apresentação do conteúdo de uma disciplina deve ser revista pelo professor, principalmente devido às diversas tecnologias que estão ao seu alcance e as características e facilidades que as mesmas podem trazer.

Vale destacar que o desenvolvimento do material didático, com ou sem recursos tecnológicos, é uma tarefa extremamente importante e difícil para o professor. Não basta simplesmente transcrever conceitos, fórmulas ou qualquer outro tipo de conhecimento para o papel ou computador. Deve-se criar uma forte ligação entre o conhecimento prévio dos alunos e o que se deseja transmitir de novo. Esta ligação deve ser engendrada pelo professor ou professores para que seja possível a aprendizagem. Porém, o processo de desenvolvimento do material demanda tempo e, atualmente, dispõe de diversos recursos tecnológicos que o professor nem sempre domina, o que leva, muitas vezes, o professor a deixá-los de lado ou sub-utilizá-los. A utilização de equipes multidisciplinares, envolvendo o professor da disciplina, apoio pedagógico e tecnológico, é uma saída para se utilizar ao máximo os recursos tecnológicos disponíveis e introduzir os conceitos de uma forma pedagógica eficiente, apesar deste processo ainda demandar tempo.

A esse respeito Lion [69] alerta: “A reconstrução histórica da relação entre escola e tecnologia demonstrou que foram se incorporando às aulas diferentes produções: materiais impressos, gravador, televisão e vídeo, informática e agora – em alguns casos e sujeitas a questões econômicas-políticas – as novas tecnologias da informação e da comunicação. Conhecer o ‘para quê’ de cada uma delas, avaliando as virtudes e as limitações de cada um dos suportes tecnológicos e fazendo pé firme nas propostas pedagógicas que existem por trás das decisões que se tomam para sua incorporação, implica começar a nos despojar dos ‘mitos’ e dos preconceitos e conferir à tecnologia educacional um significado e um sentido enriquecidos e potentes.”

Dentre as diversas tecnologias, encontram-se as ferramentas multimídia, que podem modificar o processo de ensino-aprendizagem de forma significativa e ajudar na construção do material didático. Multimídia pode ser definida como a integração de diferentes tipos de

mídia em um único trabalho. Permite a interação com o usuário e é composta por áudio, vídeo, fotos, textos, apresentações, movimento, navegação, etc. A verdade é que todos os elementos citados individualmente não tem nada de novo, pois já existem há muitos anos, o que é novo é a forma como os computadores podem interligar esses elementos e com a vantagem que a multimídia oferece maior riqueza da mensagem que se deseja passar.

## **4.2 Recursos Multimídia**

É consenso entre estudiosos da educação que a comunicação midiada desperta a atuação dos nossos sentidos de novas maneiras, daí advindo o poder da informação multimídia. Como o conteúdo em um CD-ROM ou em uma página multimídia na Internet apela para os sentidos da visão e da audição ao mesmo tempo, a carga informativa é significativamente maior. Com estes sentidos sendo solicitados simultaneamente, a informação é mais redundante, oferecendo um maior poder de assimilação e retenção. Além do que, amplia-se a atenção, já que os apelos sensoriais são multiplicados e comumente inesperados e surpreendentes [42].

Desta forma, a utilização da multimídia como recurso para este processo de ensino-aprendizagem pode trazer inúmeras vantagens, tais como: tornar o aprendizado mais agradável e interessante, devido à possibilidade da inclusão de sons, fotos, imagens, animações, vídeo, entre outras mídias, com já citado anteriormente; tornar as aulas menos monótonas e despertar no aluno o interesse à investigação e à descoberta; com a ajuda dessas ferramentas, novas formas de se expressar os conceitos tornam-se viáveis, tais como, experiências virtuais. Um software em multimídia também pode ser elaborado para que o aluno "aprenda brincando". Isto se torna possível através da utilização de jogos educativos.

Ainda segundo Assis, Bittencourt e Noronha [42], em retrospectiva, uma das características mais importantes da multimídia para a educação é sem dúvida o hipertexto.

Em computação, hipertexto é um sistema para a visualização de informação cujos documentos contêm referências internas para outros documentos (chamadas de *hyperlinks* ou, simplesmente, *links*), e para a fácil publicação, atualização e pesquisa de informação. Uma vez que o hipertexto contém referências internas para outros documentos, isto permite a não-sequencialidade das informações, possibilitando que o leitor “navegue” pelo documento da maneira que lhe for conveniente.

Quando unimos os conceitos de hipertexto e multimídia, tem-se a hipermídia. Neste caso, os nós ou *links* podem ser palavras, páginas, imagens, gráficos, seqüências sonoras, vídeos, com a característica de possibilitar a leitura não linear do conteúdo, ou seja, não ter necessariamente início, meio e fim, e sim se adaptar conforme o interesse do usuário.

De acordo com Melo [27], o hipertexto como ferramenta educacional pode ser aproveitado como uma nova forma de organização das idéias cujas características mais relevantes para a aprendizagem são a interatividade e a não-seqüencialidade das informações. A característica de interatividade do hipertexto aparece como uma forma de maior motivação ao aprendiz e como possibilidade da adequação do conhecimento à necessidade particular do aprendiz. Essa característica importante do hipertexto torna o seu conteúdo moldável de acordo com os parâmetros estabelecidos pelo autor. A informação presente em livros é estritamente estática e com formato único, seria necessária a publicação de versões distintas sobre o mesmo tema para adequação de conteúdo ao grau do aprendiz. Isso pode ser substituído pela adoção do hipertexto, pois este permite que a informação apresentada seja moldada ao aprendiz, atendendo ao requisito de adequação de nível para melhoria na aprendizagem.

Segundo Portugal [4], um dos elementos mais importantes na criação do hipertexto é a sua organização. Pensar cuidadosamente o que se pretende informar, como se pretende informar e, principalmente, quem será o usuário desta informação. Um mapa do ambiente virtual bem organizado pode ser a principal ferramenta de navegação, não somente uma lista de *links*. Através do mapa do ambiente virtual tem-se uma visão geral da organização, da extensão e do fluxo narrativo de sua apresentação.

### **4.3 Educação a Distância via Internet**

A história da educação a distância (EAD) é longa e muita antiga, cheia de experimentações, sucessos e fracassos. Talvez seu marco inicial sejam as cartas de Platão e as epístolas de São Paulo. Posteriormente novas iniciativas se deram como as correspondências usadas no final do século XVIII até meados do século XIX. No século XX, com o aperfeiçoamento das metodologias utilizadas e o surgimento de meios de comunicação de massa, várias iniciativas em todo o mundo mudaram o cenário da educação a distância que passou a utilizar outras mídias como o rádio e a televisão [72]

De acordo com Rocha [73], existem várias denominações para educação a distância (EAD) como, por exemplo, estudo aberto, educação não-tradicional, extensão, estudo por contrato, mas nenhuma delas serve para descrevê-la com exatidão.

Em EAD denota-se como característica básica o estabelecimento de uma comunicação de dupla via em que o professor e aluno não se encontram juntos no mesmo espaço físico, necessitando de meios que possibilitem a comunicação entre ambos como correspondência postal ou eletrônica, telefônica, rádio, televisão, etc. [71].

Segundo o grupo de trabalho de ensino a distância da Unicamp em seu relatório final<sup>4</sup>, a educação a distância constitui-se numa alternativa concreta na promoção da democratização do saber, seja na educação formal, seja no processo de educação continuada na capacitação e aperfeiçoamento profissional, permitindo atingir um contingente da população adulta que se encontra excluído da forma tradicional de ensino nas universidades, pela dificuldade de acesso ou de tempo disponível para frequentar aulas.

A educação a distância é definida em [58] mencionando-se a importância dos meios de comunicação eletrônicos e a estrutura organizacional e administrativa específica, dizendo que a educação a distância é o aprendizado planejado que normalmente ocorre em lugar remoto, e, como consequência, requer técnicas especiais de planejamento de curso, técnicas instrucionais especiais, métodos especiais de comunicação (eletrônicos e outros), bem como estrutura organizacional e administrativa específica.

Segundo Borba e Penteadó [28], as tecnologias da informação disponíveis até os anos 70, em especial a escrita e a imprensa, possibilitavam um tipo de EAD que se baseava no envio de material escrito por um professor ou grupo de professores, reunidos em um dado local, para alunos que se encontravam em outras regiões. Esses alunos faziam as atividades propostas e as enviavam ao professor, que reiniciava um novo ciclo de interações. Já no final da década de 70, a televisão se une a esse tipo de interação, com professor ou professores falando diretamente, via TV, para seus alunos. A parte ativa dos alunos era sempre feita após a intervenção do professor, geralmente via escrita, como respostas às atividades ou questões de testes. Nesses modelos de educação a distância, que

---

<sup>4</sup> Disponível em: <http://www.rau-tu.unicamp.br/nou-rau/ead/document/?view=32>. Acesso em: 03/11/2006.

prevaleceram quando os computadores e interfaces como as da Internet não estavam disponíveis, havia sempre uma característica comum: a relação assíncrona. Em outras palavras, nunca havia uma interação aluno-professor sincronizada, como pode existir na sala de aula, onde a maioria de nós está acostumada a trabalhar, completam os autores.

A EAD tem sido considerada uma alternativa para o processo educacional, atendendo a crescente demanda por mais educação, mais alunos e maior carga horária de instrução. Dessa forma, são inúmeras as escolas, universidades e centros de formação que oferecem cursos a distância e que usam os recursos tecnológicos para “entregar” a informação ao aluno, como a abordagem *broadcast*<sup>5</sup> ou a virtualização da sala de aula tradicional. Por outro lado, as redes telemáticas oferecem ótimos recursos para o estar junto do aprendiz, criando, com isso, uma abordagem de EAD que enfatiza as interações e o trabalho colaborativo entre os participantes [14].

Segundo Valente [50], a abordagem do estar junto virtualmente, permite ao professor acompanhar e assessorar constantemente o aprendiz, bem como, compreender suas estratégias e dificuldades de resolução de problemas. Esta compreensão é fundamental para o professor propor desafios e auxiliar o aluno na atribuição de sentido àquilo que está realizando. Assim, o estar junto virtualmente propicia ao professor criar condições de aprendizagem significativa para o aluno, para que o mesmo possa construir novos conhecimentos.

Com o avanço tecnológico e a consolidação da Internet como meio eficiente de comunicação, pesquisadores no mundo todo vislumbraram uma oportunidade ímpar de suporte a inovações no processo educacional. O trabalho de pesquisa de vários educadores e cientistas da computação resultou na possibilidade de várias pessoas acessarem salas de aula virtuais, grupos de trabalho na rede, campus eletrônico e bibliotecas *on line* em um grande espaço compartilhado [73].

A tecnologia, especialmente através de redes eletrônicas com altas capacidades de transferência de dados, vem sendo adotada como principal meio para a educação a distância

---

<sup>5</sup> Sistema de difusão de sinais em que é transmitido o mesmo conteúdo para todos os receptores. Numa transmissão de TV, por exemplo, todas as pessoas sintonizadas no mesmo canal assistem ao mesmo programa. Em internet, o termo é usado muitas vezes para designar o envio de uma mensagem para todos os membros de um grupo, em vez da remessa para membros específicos.

devido à interatividade. Nenhum outro meio de comunicação apresenta um grau de interatividade tão alto e por um custo, relativamente baixo, como a Internet pode oferecer. Desta forma, a popularização da Internet vem disseminando, também, a educação a distância, uma vez que a necessidade de conhecimento de qualidade e especializado é primordial para a nossa vida e, por outro lado, dispomos cada vez menos de tempo para a aquisição destes conhecimentos.

Destacando o potencial da Internet, em [18] encontramos algumas considerações sobre este ambiente de trabalho:

a) Internet é um ambiente virtual mediador entre as necessidades de aprendizagem, funcionando como apoio instrumental e facilitador da interação social, para que os educandos possam construir pontes de análise, tomada de consciência, compreensão e aumento de sua competência científica;

b) A Internet caracteriza-se pela flexibilidade, possibilitando ao educando estabelecer os caminhos pelos quais irá buscar as informações ou com quem dialogará sobre o tema pesquisado, tendo a chance de encontrar e comparar várias versões que possibilitarão a formação de sua própria opinião;

c) A Internet pode revelar uma nova relação entre educando e educador, na medida em que libera o educando do princípio ideológico de que o saber reside, unicamente, na experiência do educador;

d) A Internet pode se converter em um elemento cultural, presente na prática pedagógica, conduzindo o processo para uma visão do educador que se adapta ao contexto de aprendizagem do educando e permite a este dar curso ao plano pedagógico e dimensionar a participação do educador em seu processo de aprendizagem. A Internet possibilita o desenvolvimento da autonomia e a auto regulação do comportamento por parte do próprio educando.

Com o avanço tecnológico e a consolidação da Internet como meio eficiente de comunicação, inúmeras ferramentas computacionais dirigidas a EAD foram propostas e desenvolvidas em todo o mundo. Algumas obtiveram sucesso e passaram a ser exploradas comercialmente, outras são de uso restrito das instituições que as desenvolveram [72]. Estes ambientes objetivam facilitar o processo de oferecer cursos pela rede possibilitando que um



formador não precise se tornar um especialista em computação ou tecnologia Web para disponibilizar material didático bem como acompanhar o desenvolvimento de seus alunos. Eles são compostos pela junção de várias tecnologias de comunicação mediadas por computador tais como o correio eletrônico e os sistemas de conferência por computador, entre outros, aliados a outros recursos Web [72].

Ainda segundo Romani [72], de forma geral, as ferramentas que compõem esses ambientes estão organizadas de acordo com sua funcionalidade e controle de acesso em: autoria, administração e uso dos alunos. No conjunto de autoria há um número grande de ferramentas para edição e inclusão de textos, slides e transparências, áudio, vídeo e animações. Também possibilitam ao professor definir cores, padrão das páginas e quais recursos de comunicação poderão ser usados durante o curso. O grupo referente a administração inclui ferramentas que facilitam o gerenciamento do curso e fornecem informações a respeito do seu andamento para o professor. O conjunto de recursos disponíveis para os alunos inclui ferramentas para comunicação, avaliação automática, pesquisa em glossários, anotações, criação de páginas pessoais e acompanhamento de resultados de avaliações.

Como todo ambiente computacional com fins educacionais, esses ambientes também se apóiam em uma metodologia ou abordagem do processo de aprendizagem. Conseqüentemente existem ambientes considerados mais abertos e flexíveis e outros que impõem, tanto ao professor quanto ao aluno, uma seqüência restrita de ações. Portanto, há ambientes que mapeiam diretamente a metodologia usada na sala de aula presencial e tradicional para as salas virtuais; outros baseados em resolução de problemas e, ainda, aqueles que apresentam formato de tutoriais, só para citar alguns tipos.

Apesar de ajudar o professor a disponibilizar o seu material, o conteúdo do curso ou disciplina fica a cargo do professor, que deve sozinho ou com a ajuda de uma equipe multidisciplinar elaborar o material de aula, sendo este um desafio, pois a simples transcrição do material de uma aula presencial para qualquer uma das ferramentas disponíveis nem sempre garante um processo de ensino de sucesso. O material deve ser trabalhado e disponibilizado utilizando-se dos recursos disponíveis (recursos multimídia, por exemplo), o que demanda tempo e estudos para se ter um material que efetivamente favoreça o processo de aprendizagem.

#### **4.4 Educação a Distância via TV Digital**

A televisão atinge hoje 90% dos lares brasileiros, estando presente em aproximadamente 54 milhões de domicílios [20] e, assim como todas as mídias eletrônicas, tende a seguir um processo de migração para a tecnologia digital. O sistema de televisão digital, utilizando a mesma faixa de frequência do sistema analógico, permite a transmissão de vários canais de TV em SD (*Standart Definition*: Definição Padrão) ou um canal em HD (*High Definition*: Alta Definição), bem como os canais de áudio associados, além da transmissão do fluxo de dados. Neste fluxo de dados podem ser enviados aplicativos que podem estar relacionados ao conteúdo que está sendo transmitido no vídeo.

No caso do Brasil, o uso da TV digital pode vir a apresentar um caráter social importante: o da inclusão digital. Através deste novo meio de comunicação pode-se realizar no país uma democratização do acesso à tecnologia da informação, através da interatividade que pode estar presente nos aplicativos deste novo padrão de comunicação [3]. Este caráter social é reforçado pelo fato de que a implantação da TV Digital não requer a troca de todos os aparelhos atualmente em uso: basta que os usuários adquiram um receptor também chamado de *set-top-box*.

Este aparelho irá receber os sinais digitais, processando os canais de áudio e vídeo, que podem ser convertidos para um formato compatível com os aparelhos de TV analógicos, além de sinais de dados que serão processados como aplicativos para TV digital interativa. Entretanto, para que este sistema seja utilizado em larga escala, o custo do aparelho deve ser reduzido, devido ao baixo poder financeiro do público alvo: os brasileiros excluídos da era digital.

Os usuários de TV digital, além de receberem informações através de aplicativos interativos carregados em seus receptores, terão acesso ao canal de retorno. Este permite o envio de informações pelo usuário a servidores presentes na rede, fazendo com que o usuário possa interagir em tempo real com o programa ao qual está assistindo, recebendo e enviando informações através da televisão [36].

O Ensino a Distância (EAD) é uma necessidade do mundo atual que necessita de conteúdos educacionais de alta qualidade [26], produzidos a um baixo custo, desenvolvidos segundo padrões de qualidade e que permita a reutilização [1][19]. Além disto é preciso

que este conteúdo possa estar disponível ao aluno a qualquer hora. Existem atualmente programas de sucesso para EAD através da televisão no Brasil, tais como o TV Escola [31], utilizado como ferramenta de capacitação dos professores da rede pública de ensino fundamental e médio, e o Telecurso 2000 [11], que fornece oportunidade de estudos de 1º e 2º grau profissionalizante através da televisão.

No cenário da interatividade da TV Digital a área de Ensino a Distância é uma que ganha destaque, possibilitando a criação de novas formas de interação entre o professor e os alunos, através de aplicativos que fornecem conteúdo adicional ao que foi transmitido pelo vídeo. Exemplos de aplicativos que podem aprimorar o EAD através da televisão são: testes de conhecimento sobre o conteúdo exposto, chats entre alunos e professor, avaliações e pesquisas de opinião. Além disto, pode ser realizada a inserção, na forma de conteúdo digital, de informações adicionais sobre alguns temas tratados em aula, possibilitando o aprofundamento por parte do aluno.

#### **4.5 O Material Didático e o Ensino a Distância**

A evolução das novas tecnologias bem como a ampla difusão de sua utilização tem possibilitado a implementação da educação a distância. A seleção dos recursos didáticos para cada curso, cada disciplina, deve considerar, principalmente, o público-alvo e o acesso que eles devem proporcionar que não poderá ser desigual, causando o bom desempenho de alguns em relação aos outros.

Segundo Sales [70], independente da mídia utilizada para elaboração do material didático de EAD, todas têm que objetivar a busca de um instrumento de aprendizagem que apresente condições para:

- a) Interatividade;
- b) Seqüenciação de idéias e conteúdos;
- c) Relação teoria-prática;
- d) Auto-avaliação;
- e) Linguagem clara e concisa;
- f) Relação prática-teórica na linguagem escrita;

- g) Glossário – exemplificações cotidianas e/ou científicas;
- h) Resumos;
- i) Animações.

Segundo Sales [70], a produção do material didático em EAD em qualquer que seja a mídia, para potencialização desse recurso é necessário que profissionais qualificados nas diversas áreas façam parte de uma equipe de trabalho, onde a produção seja, efetivamente, coletiva, crítica e reflexiva, objetivando proporcionar o desenvolvimento da interatividade, interação e colaboração, garantindo a qualidade da aprendizagem dos alunos.

## **5 A composição de uma metáfora e o seu processo de desenvolvimento**

### **5.1 Composição das Metáforas**

As metáforas devem ser compostas de informações textuais e, opcionalmente, de complementos (tabela, figura, animação, gráfico, outra metáfora), devendo essas informações textuais e os complementos seguir uma estrutura para que as metáforas sejam disponibilizadas para o aluno. Optou-se por criar uma estrutura bastante genérica, que possibilitasse ao professor uma liberdade pedagógica, ou seja, ele pode compor a metáfora da maneira que julgar interessante para o processo de ensino-aprendizagem. Esta composição foi intitulada de Composição Estrutural da Metáfora (CEM).

Nesta composição estrutural da metáfora, o professor possui elementos obrigatórios e opcionais. Os elementos obrigatórios são necessários para inserir o aluno dentro de um domínio fonte (contexto fonte ou cenário fonte) para que ele possa fazer a ligação (ponte) com um domínio (alvo) pretendido pelo professor. Já os elementos opcionais podem agregar valor à metáfora por meio dos recursos multimídia ou de referências a outras metáforas.

Os elementos obrigatórios e opcionais são:

- Título (elemento obrigatório): obrigatoriamente, uma metáfora deve possuir um título, sendo que este deve ser representativo para o seu bom uso no processo de ensino e aprendizagem e para futuras referências por outras metáforas;
- Descrição textual (elemento obrigatório): obrigatoriamente, uma metáfora deve iniciar com um texto descrevendo um cenário, uma história, ou seja, algo que se deseja apresentar ao aluno. Opcionalmente, textos também podem ser inseridos para completar as metáforas.
- Figura (elemento opcional): uma metáfora pode apresentar uma figura para representar alguma idéia ou auxiliar na explicação de algum conceito;
- Animação (elemento opcional): uma animação é algo dinâmico, cuja execução visa apresentar alguma idéia ou exemplo para auxiliar na explicação de algum conceito;

- Gráfico (elemento opcional): apresenta informações em forma de gráfico para ajudar na interpretação ou comparação de dados;
- Tabela (elemento opcional): apresenta informações em forma de tabela para ajudar na interpretação ou comparação de dados;
- Referência (elemento opcional): faz uma relação com outra metáfora.

A metáfora pode apresentar uma combinação desses elementos, agregando valor à apresentação, como também auxiliando no processo de ensino-aprendizagem de uma forma mais dinâmica.

Com relação à ordem dos elementos, vale ressaltar que somente o título e a descrição devem ser os primeiros elementos da composição estrutural da metáfora. Como os demais elementos podem existir ou não, eles também podem ter sua ordem e quantidade alterada da maneira que for conveniente e, obviamente, ajudar no processo de ensino e aprendizagem. O autômato da Figura 5-1 mostra esta composição estrutural da metáfora por meio de um autômato.

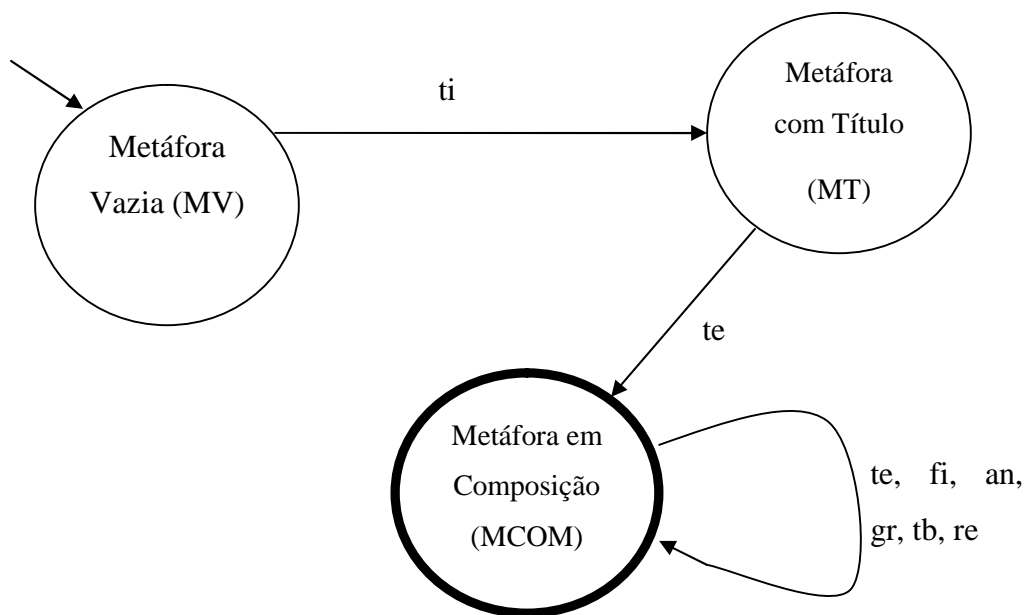


Figura 5-1: Autômato para composição de uma metáfora

Formalmente, o autômato pode ser descrito como uma 5-upla  $A = \{Q, \quad, \downarrow q_0, F\}$  tal que:

$Q$  (estados) = {MV = Metáfora Vazia, MT = Metáfora com Título, MCOM = Metáfora em Composição};

(alfabeto) = {ti = título, te = texto, fi = figura, an = animação, gr = gráfico, tb = tabela, re = referência};

$J$ (função de transição) onde:

$(MV, ti) = \{MT\};$

$(MT, te) = \{MCOM\};$

$(MCOM, te) = \{MCOM\};$

$(MCOM, fi) = \{MCOM\};$

$(MCOM, an) = \{MCOM\};$

$(MCOM, gr) = \{MCOM\};$

$(MCOM, tb) = \{MCOM\};$

$(MCOM, re) = \{MCOM\};$

$q_0$  (estado inicial) = {MV = Metáfora Vazia};

$F$  (conjunto de estados finais) = { MC = Metáfora em Composição }.

## **5.2 Processo de desenvolvimento de uma metáfora**

A definição de um processo de desenvolvimento é de fundamental importância para que o produto final tenha qualidade. O processo, além de dirigir gerentes, desenvolvedores e clientes no que tange ao andamento do projeto e na direção a ser tomada, possibilita que produtos intermediários sejam gerados, verificados e validados antes de serem entregues a seus usuários, possibilitando um controle de qualidade sobre os resultados intermediários e finais.

Visando um desenvolvimento com qualidade, a possibilidade do usuário interagir com as metáforas e os riscos envolvidos neste desenvolvimento, optou-se por utilizar um desenvolvimento iterativo. O desenvolvimento iterativo conduz um projeto a avaliações periódicas do objetivo, e faz um replanejamento baseado nestas avaliações. Um bom

desenvolvimento iterativo significa identificar os riscos com antecedência e fazer medições objetivas e consistentes.

Quando se possuem riscos no desenvolvimento, deve-se analisar e atacar os riscos de maior prioridade, para não se caminhar no projeto e se chegar à conclusão que o mesmo é inviável, perdendo-se tempo. Pelo contrário, o mais cedo possível, os riscos devem ser avaliados e verificados, concluindo-se sobre o prosseguimento ou não do projeto. Tal análise pode ser realizada perfeitamente utilizando-se de um desenvolvimento iterativo.

Neste contexto, o processo de desenvolvimento de uma metáfora possui as seguintes fases e subfases:

- Planejamento inicial
  - Buscar solução por meio de metáforas e recursos multimídia
    - Definir composição estrutural da metáfora (CEM)
    - Definir tipos de elementos (texto, figura, animação, tabela, gráfico, referência a outra metáfora)
    - Desenvolver protótipo
  - Elencar e analisar riscos
  - Definir número de iterações e tecnologias a serem utilizadas
- Planejar e Realizar Iteração
  - Definir o que será desenvolvido, atacando riscos de maior prioridade
  - Desenvolver iteração
  - Realizar testes

O inter-relacionamento entre as fases pode ser visto na Figura 5-2. Vale ressaltar que as linhas na horizontal significam sincronismo de atividades, ou seja, as subfases Definir CEM, Definir Tipos de Elementos e Desenvolver Protótipo serão realizadas de maneira paralela após o término da fase anterior e, após o término das três subfases, dar-se-á início a fase posterior.



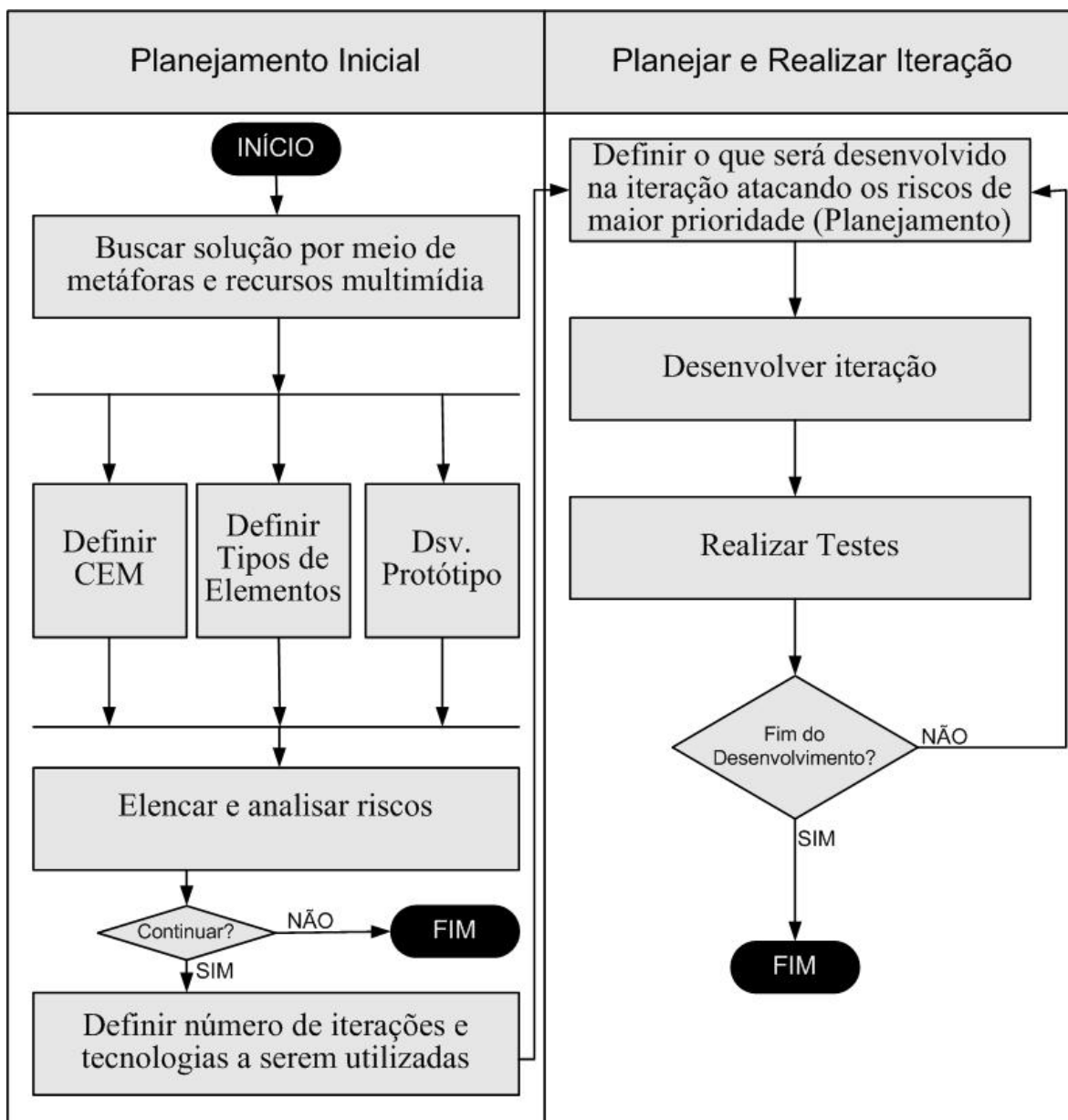


Figura 5-2: Fases e subfases do processo de desenvolvimento de uma metáfora

O processo inicia após a identificação de uma necessidade ou problema por parte de professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem de determinado conteúdo. Em seguida, cabe ao professor buscar uma solução, que chamaremos de solução por meio de metáforas e recursos multimídia, para a referida necessidade e/ou problema apresentado. O professor deve analisar o problema, especificando detalhadamente o que deve ser feito para que o mesmo seja solucionado. Nestas atividades, o professor pode contar com a ajuda dos desenvolvedores.

Esta solução envolve, primeiramente, a definição da composição estrutural da metáfora, e, conseqüentemente, os tipos de elementos que serão desenvolvidos para compor a metáfora. Portanto, o professor, juntamente com a equipe de desenvolvedores, rascunha ou desenvolve protótipos para ajudar na resolução do problema ou necessidade. O uso de protótipos é muito interessante e útil para que os usuários (alunos e professores) tenham uma visão antecipada do que se pretende desenvolver, podendo assim ser verificado e validado.

Obviamente, esta solução pode apresentar riscos, ou seja, riscos referentes à dificuldade de implementação, riscos tecnológicos, riscos de aceitação por parte dos alunos (risco didático), entre outros. Esses riscos devem ser elencados e analisados, visando-se decidir pela continuidade ou não do desenvolvimento da metáfora.

Realizado este planejamento inicial, do que será desenvolvido ou investigado inicialmente, o professor, com a ajuda dos desenvolvedores, deve indicar um número de iterações para o desenvolvimento. Parte-se então para o desenvolvimento efetivo da metáfora.

Deve-se fazer um planejamento da primeira iteração, definindo o que será desenvolvido (resultados), quem desenvolverá, bem como indicar as tecnologias a serem utilizadas e os riscos que deverão ser tratados nesta iteração.

Feito o planejamento, o professor deve acompanhar o desenvolvimento, monitorando o progresso e os problemas enfrentados. Terminado o desenvolvimento da iteração, o próximo passo é a fase de testes das metáforas. Os critérios de teste a seguir podem ser usados ou não, o seu uso dependerá se a metáfora possui interação com o usuário, se somente fornece dados textuais, enfim, a metáfora e suas características deverão ser analisadas e os critérios de testes escolhidos adequadamente a estas características. O teste envolve os seguintes critérios:

- Conformidade com a análise: verifica se a metáfora faz o que deveria fazer e o faz corretamente;
- Conformidade de implementação: verifica se a metáfora e seus componentes possuem algum erro de implementação, ou seja, não estão trabalhando em conformidade com os requisitos levantados na análise;

- Usabilidade: verifica se a metáfora possui uma boa interface, uma interface de fácil aprendizagem? A usabilidade é uma propriedade da interface homem-computador que atribui qualidade a um software, referindo-se à qualidade de uso do produto [2]. Baseado em [2][5][15], uma seqüência de subcritérios foi adotada para subdividir o critério usabilidade e ajudar na sua verificação, a saber:
  - Acessibilidade: Características do sistema de apresentar facilidade para utilização por usuários que não dispõem de todos os recursos tecnológicos (última versão de *browsers*, visualização de imagens, etc);
  - Presteza: Verifica se o sistema informa e conduz o usuário durante a informação. Esse critério engloba os meios utilizados para levar o usuário a realizar determinadas ações, como, por exemplo, entrada de dados. Informações que permita o usuário identificar o contexto no qual ele se encontra;
  - Legibilidade: Diz respeito às características lexicais das informações apresentadas na tela que possam dificultar ou facilitar a leitura dessa informação (brilho do caractere, contraste letra/fundo, tamanho da fonte, espaçamento entre palavras, espaçamento entre linhas, espaçamento de parágrafos, comprimento da linha, etc.).
- Desempenho: verifica se a metáfora opera dentro de algum requisito não-funcional determinado, como restrições de tempo, de memória, etc.
- Conformidade didática ou aprendizagem: A aprendizagem é uma propriedade da interface homem computador que atribui qualidade a um software, referindo-se à qualidade pedagógica do produto, ou seja, a metáfora contribui para o processo de ensino e aprendizagem? Atende ao proposto pelo professor? Baseado em [2][5][15], uma seqüência de subcritérios também foi adotada para subdividir este critério e ajudar na sua verificação, a saber:
  - Atratividade: Característica do sistema de utilizar recursos multimídia (som, imagem e texto) que despertem o interesse do usuário e prendam sua atenção;

- Disponibilidade de auxílios: Característica de o sistema possuir links para informações de ajuda;
- Facilidade de localização da informação: Refere-se às características existentes no sistema que possibilitam, com facilidade, a localização dos diferentes assuntos pelos usuários. (envolve ferramentas de busca, mapa do site, etc);
- Tutorial: Apresenta conteúdos, utilizando animações, sons e gerenciamento do controle do desempenho do aprendiz, facilitando o processo de ensino-aprendizagem.

Nada impede o professor de fazer os testes de cada elemento ou conjunto de elementos durante a fase de desenvolvimento. Porém, ao se encerrar o desenvolvimento da metáfora, deve-se realizar uma atividade de teste abrangente e profunda, evitando-se qualquer não-conformidade com os objetivos traçados inicialmente.

Ao final da atividade de testes da iteração, deve-se fazer uma avaliação dos resultados, e planejar as próximas iterações, ou mesmo decidir por interromper o projeto por algum problema insolúvel ou por uma solução inviável.

Neste ambiente de desenvolvimento de metáforas, têm-se os seguintes papéis e suas respectivas responsabilidades:

- Professor:
  - Responsável pelo desenvolvimento da metáfora, gerenciando todo processo;
  - Responsável pela identificação das necessidades, tanto suas como dos alunos no processo de ensino-aprendizagem;
  - Responsável pela verificação e validação das metáforas (testes). Pode utilizar os alunos para ajudar nos testes;
  - Identificar a utilização da metáfora nas áreas de conhecimento de sua especialidade;

- Aluno - Envolvido no processo de ensino e aprendizagem, fazendo uso das metáforas. Deve passar suas necessidades ou dificuldades de aprendizado para o professor (responsável pelo desenvolvimento das metáforas), bem como auxiliar o professor na verificação e validação das metáforas (testes);
- Desenvolvedores - Responsáveis pelo desenvolvimento das metáforas independente das tecnologias envolvidas para o seu desenvolvimento. Vale ressaltar que a decisão de se utilizar uma determinada tecnologia deve ser avaliada pelo desenvolvedor juntamente com o professor, visto que muitas vezes o professor não possui conhecimento do ambiente de programação e pode optar por um software de autoria, um ambiente de desenvolvimento ou uma linguagem que não sejam adequadas ao desenvolvimento do complemento. Também deve elencar e analisar os riscos envolvidos no desenvolvimento.

Para finalizar, vale ressaltar que a definição deste processo padrão para o desenvolvimento de metáforas apóia-se na identificação de aspectos e características similares às observadas na produção de software. Neste sentido, o processo definido tem como base a norma ISO/IEC 12207 [52], a qual estabelece as atividades do ciclo de vida de um software por meio de três classes de processos – fundamentais, de apoio e organizacionais.

## 6 Documentação da ferramenta de criação, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e seus elementos

A ferramenta tem como objetivo principal subsidiar o professor na criação de suas aulas sejam elas presenciais ou a distância. Basicamente o sistema funciona como um repositório de dados, onde o professor pode inserir metáforas criadas por ele, bem como consultar, editar e utilizar metáforas criadas por outros professores pela Internet, como também notas de aulas e os elementos que compõem a metáfora. As metáforas são criadas seguindo-se o autômato definido no capítulo anterior. Como o professor pode consultar e carregar a metáfora, as notas de aula e os elementos para a sua máquina, o software possibilita interoperabilidade com vários sistemas de gerenciamento de cursos a distância, como também facilita a disponibilidade das mesmas pelo professor em um site qualquer ou mesmo utilizá-las em laboratórios de informática. A Figura 6-1 ilustra a estrutura do projeto mostrando a interoperabilidade do software.

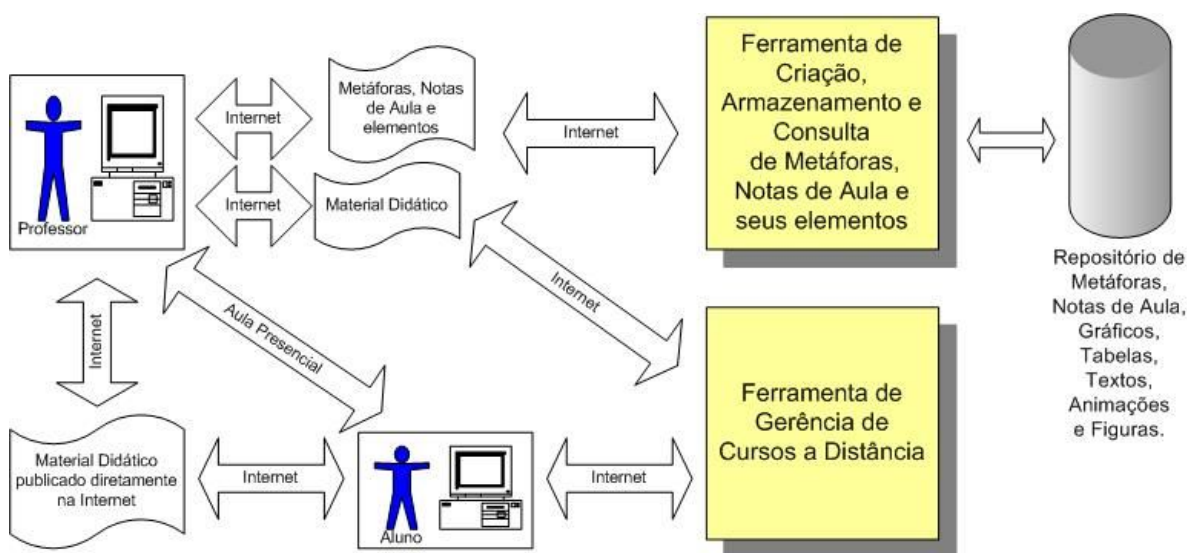


Figura 6-1 Estrutura do Projeto

Para o desenvolvimento da ferramenta foram utilizadas a linguagem PHP [30] e o Sistema Gerenciador de Banco de Dados MySql [25]. A documentação do projeto da ferramenta de criação, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e seus elementos é composta pelo diagrama de casos de uso, pelas especificações de cada caso de

uso, pelo diagrama de classes e pelo diagrama entidade-relacionamento. Como padrão para a documentação do diagrama de casos de uso, da especificação dos casos de uso e do diagrama de classes foi utilizada a UML 2.0 (*Unified Modeling Language*) [67]. As interfaces do software podem ser vistas no Apêndice B.

## 6.1 Diagrama de Caso de Uso

O gráfico da Figura 6-2 representa o diagrama de casos de uso ferramenta de criação, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e seus elementos. A principal finalidade do Caso de Uso é capturar o comportamento requerido do sistema a partir da perspectiva do usuário final na busca de atingir uma ou mais metas desejadas.

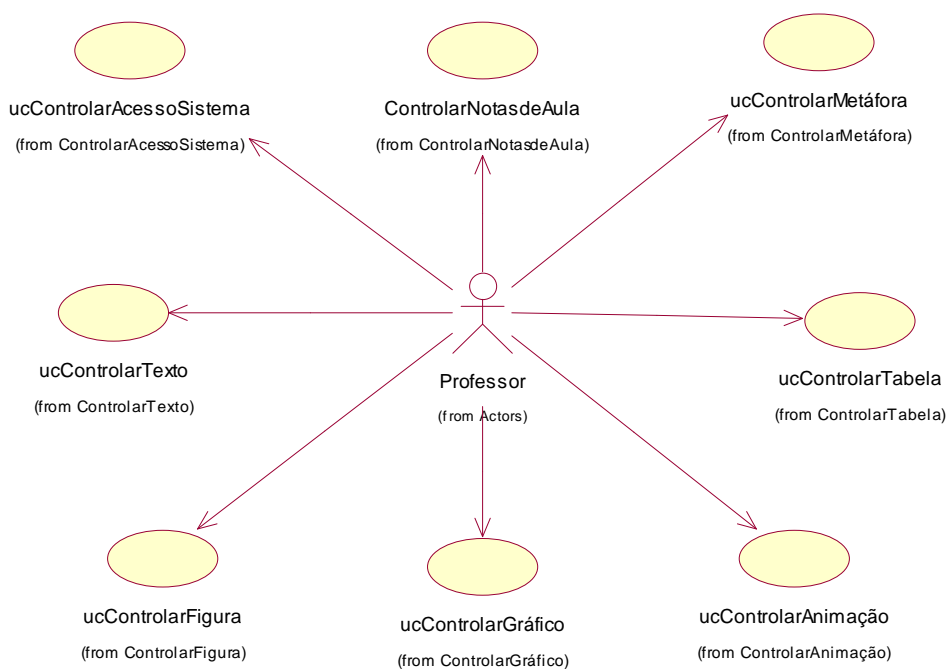


Figura 6-2: Diagrama de Casos de Uso do repositório de metáforas

Cada caso de uso deve ser especificado para uma melhor compreensão do comportamento requerido. A especificação de um caso de uso contém uma descrição do fluxo de eventos que descreve a interação entre os atores e o sistema. A especificação também contém normalmente outras informações, como pré-condições, pós-condições, requisitos especiais e cenários principais.

### **6.1.1 Especificação do Caso de Uso Controlar Figura**

Este caso de uso permitirá ao professor cadastrar, consultar, excluir e alterar Figuras.

#### **Fluxo de Eventos**

Este caso de uso inicia-se depois que o usuário acessar o site do Repositório de Metáforas e selecionar o menu Figura.

#### **Fluxo Básico**

- 1) O sistema o direciona para uma interface gráfica referente às Figuras.
- 2) O sistema exibirá uma interface listando todas as Figuras já registradas permitindo consultá-las, alterá-las ou excluí-las.
- 3) O usuário clica no link Cadastrar nova Figura.
- 4) O sistema gera automaticamente o código da Figura.
- 5) O usuário preenche os campos e clica no botão Cadastrar.

#### **Fluxos Alternativos**

##### **Consultar Figura**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Editar relacionado à Figura desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface, na qual todos os dados referentes à Figura poderão ser consultados.

##### **Alterar Figura**

- 1) Após o ponto 1 do Fluxo Alternativo Consultar Figura, o usuário clica no link Editar relacionado à Figura desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface de alteração, na qual todos os dados referentes à Figura estarão preenchidos.
- 3) O Usuário modifica os dados que deseja e clica no botão Editar.

##### **Excluir Figura**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Remover relacionado à Figura desejada.



- 2) Caso o sistema verifique que é possível a exclusão, a Figura é excluída e a lista é atualizada. Do contrário, uma mensagem é enviada para o usuário informando que a exclusão não foi possível.

### **Requisitos Especiais**

Não existem.

### **Pré-condições**

O usuário deve estar logado no sistema.

### **Pós-condições**

Não existem.

### **Diagrama de Caso de Uso**



### **6.1.2 Especificação do Caso de Uso Controlar Notas de Aula**

Este caso de uso permitirá ao professor cadastrar, consultar, excluir e alterar Notas de Aula.

#### **Fluxo de Eventos**

Este caso de uso inicia-se depois que o usuário acessar o site do Repositório de Metáforas e selecionar o menu Notas de Aula.

#### **Fluxo Básico**

- 1) O sistema o direciona para uma interface gráfica referente às Notas de Aula.
- 2) O sistema exibirá uma interface listando todas as Notas de Aula já registradas permitindo consultá-las, alterá-las ou excluí-las.
- 3) O usuário clica no link Cadastrar nova Nota de Aula.

- 4) O sistema gera automaticamente o código da Nota de Aula.
- 5) O usuário informa o Título da Nota de Aula e uma breve descrição da mesma.
- 6) O usuário seleciona as Animações.
- 7) O usuário seleciona os Gráficos.
- 8) O usuário seleciona as Figuras.
- 9) O usuário seleciona as Metáforas.
- 10) O usuário seleciona as Tabelas.
- 11) O usuário seleciona os Textos.
- 12) O usuário estabelece a ordem dos componentes estruturais da Nota de Aula.
- 13) O usuário clica no botão salvar e todos os dados referentes à Nota de Aula são registrados no sistema.

## **Fluxos Alternativos**

### **Consultar Nota de Aula**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Editar relacionado à Nota de Aula desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface, na qual todos os dados referentes à Nota de Aula poderão ser consultados.

### **Alterar Nota de Aula**

- 1) Após o ponto 1 do Fluxo Alternativo Consultar Nota de Aula, o usuário clica no link Editar relacionado à Nota de Aula desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface de alteração, na qual todos os dados referentes à Nota de Aula estarão preenchidos.
- 3) O Usuário modifica os dados que deseja e clica no botão Editar.

### **Excluir Nota de Aula**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Remover relacionado à Nota de Aula desejada.
- 2) A Nota de Aula é excluída e a lista é atualizada.

## **Requisitos Especiais**

Não existem.

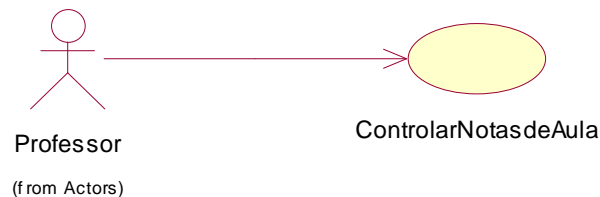
### **Pré-condições**

O usuário deve estar logado no sistema.

### **Pós-condições**

Não existem.

### **Diagrama de Caso de Uso**



#### **6.1.3 Especificação do Caso de Uso Controlar Animação**

Este caso de uso permitirá ao professor cadastrar, consultar, excluir e alterar Animação.

#### **Fluxo de Eventos**

Este caso de uso inicia-se depois que o usuário acessar o site do Repositório de Metáforas e selecionar o menu Animação.

#### **Fluxo Básico**

- 1) O sistema o direciona para uma interface gráfica referente às Animações.
- 2) O sistema exibirá uma interface listando todas as Animações já registradas permitindo consultá-las, alterá-las ou excluí-las.
- 3) O usuário clica no link Cadastrar nova Animação.
- 4) O sistema gera automaticamente o código da Animação.
- 5) O usuário preenche os campos e clica no botão Cadastrar.

#### **Fluxos Alternativos**

##### **Consultar Animação**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Editar relacionado à Animação desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface, na qual todos os dados referentes à Animação poderão ser consultados.

#### **Alterar Animação**

- 1) Após o ponto 1 do Fluxo Alternativo Consultar Animação, o usuário clica no link Editar relacionado à Animação desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface de alteração, na qual todos os dados referentes à Animação estarão preenchidos.
- 3) O Usuário modifica os dados que deseja e clica no botão Editar.

#### **Excluir Animação**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Remover relacionado à Animação desejada.
- 2) Caso o sistema verifique que é possível a exclusão, a Animação é excluída e a lista é atualizada. Do contrário, uma mensagem é enviada para o usuário informando que a exclusão não foi possível.

### **Requisitos Especiais**

Não existem.

### **Pré-condições**

O usuário deve estar logado no sistema.

### **Pós-condições**

Não existem.

### **Diagrama de Caso de Uso**



#### 6.1.4 Especificação do Caso de Uso Controlar Metáfora

Este caso de uso permitirá ao professor cadastrar, excluir e alterar Metáforas.

##### Fluxo de Eventos

Este caso de uso inicia-se depois que o usuário acessar o site do Repositório de Metáforas e selecionar o menu Metáfora.

##### Fluxo Básico

- 1) O sistema o direciona para uma interface gráfica referente às Metáfotas.
- 2) O sistema exibirá uma interface listando todas as Metáforas já registradas permitindo consultá-las, alterá-las ou excluí-las.
- 3) O usuário clica no link Cadastrar nova Metáfora.
- 4) O sistema gera automaticamente o código da Metáfora.
- 5) O usuário informa o Título da Metáfora e uma breve descrição da mesma.
- 6) O usuário seleciona as Animações.
- 7) O usuário seleciona os Gráficos.
- 8) O usuário seleciona as Figuras.
- 9) O usuário seleciona as Metáforas.
- 10) O usuário seleciona as Tabelas.
- 11) O usuário seleciona os Textos.
- 12) O usuário estabelece a ordem dos componentes estruturais da Metáfora.
- 13) O usuário clica no botão salvar e todos os dados referentes à Metáfora são registrados no sistema.

##### Fluxos Alternativos

##### Consultar Metáfora

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Editar relacionado à Metáfora desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface, na qual todos os dados referentes à Metáfora poderão ser consultados.

### **Alterar Metáfora**

- 1) Após o ponto 1 do Fluxo Alternativo Consultar Metáfora, o usuário clica no link Editar relacionado à Metáfora desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface de alteração, na qual todos os dados referentes à Metáfora estarão preenchidos.
- 3) O Usuário modifica os dados que deseja e clica no botão Editar.

### **Excluir Metáfora**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Remover relacionado à Metáfora desejada.
- 2) A Metáfora é excluída e a lista é atualizada.

## **Requisitos Especiais**

Não existem.

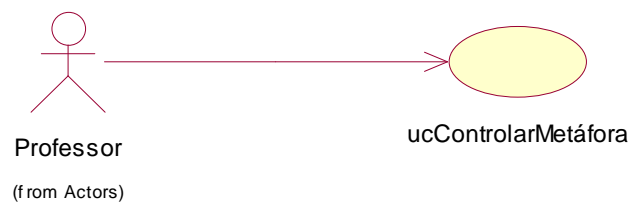
## **Pré-condições**

O usuário deve estar logado no sistema.

## **Pós-condições**

Não existem.

## **Diagrama de Caso de Uso**



### **6.1.5 Especificação do Caso de Uso Controlar Tabela**

Este caso de uso permitirá ao professor cadastrar, excluir e alterar Tabelas.

#### **Fluxo de Eventos**

Este caso de uso inicia-se depois que o usuário acessar o site do Repositório de Metáforas e selecionar o menu Tabela.

#### **Fluxo Básico**

- 1) O sistema o direciona para uma interface gráfica referente às Tabelas.
- 2) O sistema exibirá uma interface listando todas as Tabelas já registradas permitindo consultá-las, alterá-las ou excluí-las.
- 3) O usuário clica no link Cadastrar nova Tabela.
- 4) O sistema gera automaticamente o código da Tabela.
- 5) O usuário preenche os campos e clica no botão Cadastrar.

#### **Fluxos Alternativos**

##### **Consultar Tabela**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Editar relacionado à Tabela desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface, na qual todos os dados referentes à Tabela poderão ser consultados.

##### **Alterar Tabela**

- 1) Após o ponto 1 do Fluxo Alternativo Consultar Tabela, o usuário clica no link Editar relacionado à Tabela desejada.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface de alteração, na qual todos os dados referentes à Tabela estarão preenchidos.
- 3) O Usuário modifica os dados que deseja e clica no botão Editar.

##### **Excluir Tabela**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Remover relacionado à Tabela desejada.

- 2) Caso o sistema verifique que é possível a exclusão, a Tabela é excluída e a lista é atualizada. Do contrário, uma mensagem é enviada para o usuário informando que a exclusão não foi possível.

### **Requisitos Especiais**

Não existem.

### **Pré-condições**

O usuário deve estar logado no sistema.

### **Pós-condições**

Não existem.

### **Diagrama de Caso de Uso**



### **6.1.6 Especificação do Caso de Uso Controlar Gráfico**

Este caso de uso permitirá ao professor cadastrar, excluir e alterar Gráficos.

#### **Fluxo de Eventos**

Este caso de uso inicia-se depois que o usuário acessar o site do Repositório de Metáforas e selecionar o menu Gráfico.

#### **Fluxo Básico**

- 1) O sistema o direciona para uma interface gráfica referente aos Gráficos.
- 2) O sistema exibirá uma interface listando todos os Gráficos já registrados permitindo consultá-los, alterá-los ou excluí-los.
- 3) O usuário clica no link Cadastrar novo Gráfico.
- 4) O sistema gera automaticamente o código do Gráfico.



- 5) O usuário preenche os campos e clica no botão Cadastrar.

### **Fluxos Alternativos**

#### **Consultar Gráfico**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Editar relacionado ao Gráfico desejado.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface, na qual todos os dados referentes ao Gráfico poderão ser consultados.

#### **Alterar Gráfico**

- 1) Após o ponto 1 do Fluxo Alternativo Consultar Gráfico, o usuário clica no link Editar relacionado ao Gráfico desejado.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface de alteração, na qual todos os dados referentes ao Gráfico estarão preenchidos.
- 3) O Usuário modifica os dados que deseja e clica no botão Editar.

#### **Excluir Gráfico**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Remover relacionado ao Gráfico desejado.
- 2) Caso o sistema verifique que é possível a exclusão, o Gráfico é excluído e a lista é atualizada. Do contrário, uma mensagem é enviada para o usuário informando que a exclusão não foi possível.

### **Requisitos Especiais**

Não existem.

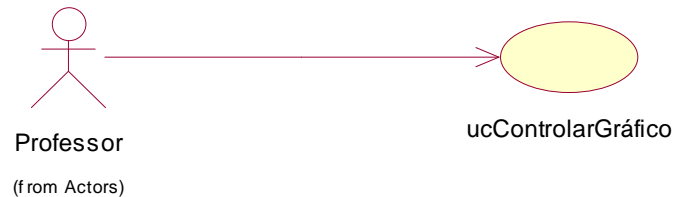
### **Pré-condições**

O usuário deve estar logado no sistema.

### **Pós-condições**

Não existem.

### **Diagrama de Caso de Uso**



### 6.1.7 Especificação do Caso de Uso Controlar Texto

Este caso de uso permitirá ao professor cadastrar, excluir e alterar Textos.

#### **Fluxo de Eventos**

Este caso de uso inicia-se depois que o usuário acessar o site do Repositório de Metáforas e selecionar o menu Texto.

#### **Fluxo Básico**

- 1) O sistema o direciona para uma interface gráfica referente aos Textos.
- 2) O sistema exibirá uma interface listando todos os Textos já registrados permitindo consultá-los, alterá-los ou excluí-los.
- 3) O usuário clica no link Cadastrar novo Texto.
- 4) O sistema gera automaticamente o código do Texto.
- 5) O usuário preenche os campos e clica no botão Cadastrar.

#### **Fluxos Alternativos**

##### **Consultar Texto**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Editar relacionado ao Texto desejado.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface, na qual todos os dados referentes ao Texto poderão ser consultados.

##### **Alterar Texto**

- 1) Após o ponto 1 do Fluxo Alternativo Consultar Texto, o usuário clica no link Editar relacionado ao Texto desejado.
- 2) O sistema conduz o usuário para uma interface de alteração, na qual todos os dados referentes ao Texto estarão preenchidos.

3) O Usuário modifica os dados que deseja e clica no botão Editar.

### **Excluir Texto**

- 1) Após o ponto 2 do Fluxo Básico, o usuário clica no link Remover relacionado ao Texto desejado.
- 2) Caso o sistema verifique que é possível a exclusão, o Texto é excluído e a lista é atualizada. Do contrário, uma mensagem é enviada para o usuário informando que a exclusão não foi possível.

### **Requisitos Especiais**

Não existem.

### **Pré-condições**

O usuário deve estar logado no sistema.

### **Pós-condições**

Não existem.

### **Diagrama de Caso de Uso**



## **6.2 Diagrama de Classes**

O diagrama de classes mostra um conjunto de classes, interfaces e colaborações e seus relacionamentos. Ele é usado para fazer a modelagem da visão estática do projeto de um sistema. A Figura 6-3 mostra o diagrama de classes da ferramenta de criação, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e elementos que compõem as metáforas e as notas (texto, gráfico, tabela, figura e animação).

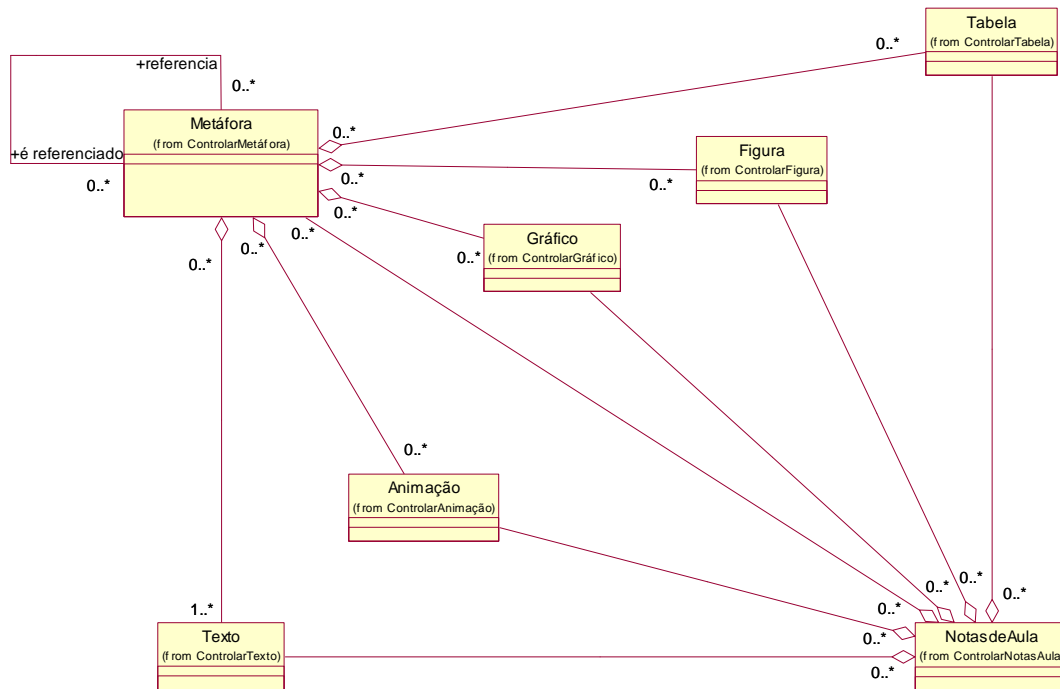


Figura 6-3: Diagrama de Classes

### 6.3 Diagrama Entidade-Relacionamento

O Diagrama entidade relacionamento (DER) é um modelo diagramático que descreve o modelo de dados de um sistema com alto nível de abstração. Sua maior aplicação é para visualizar o relacionamento entre tabelas de um banco de dados, no qual as relações são construídas através da associação de um ou mais atributos destas tabelas. O modelo da Figura 6-4 apresenta o Diagrama entidade relacionamento da ferramenta de criação, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e elementos que compõem as metáforas e as notas (texto, gráfico, tabela, figura e animação).

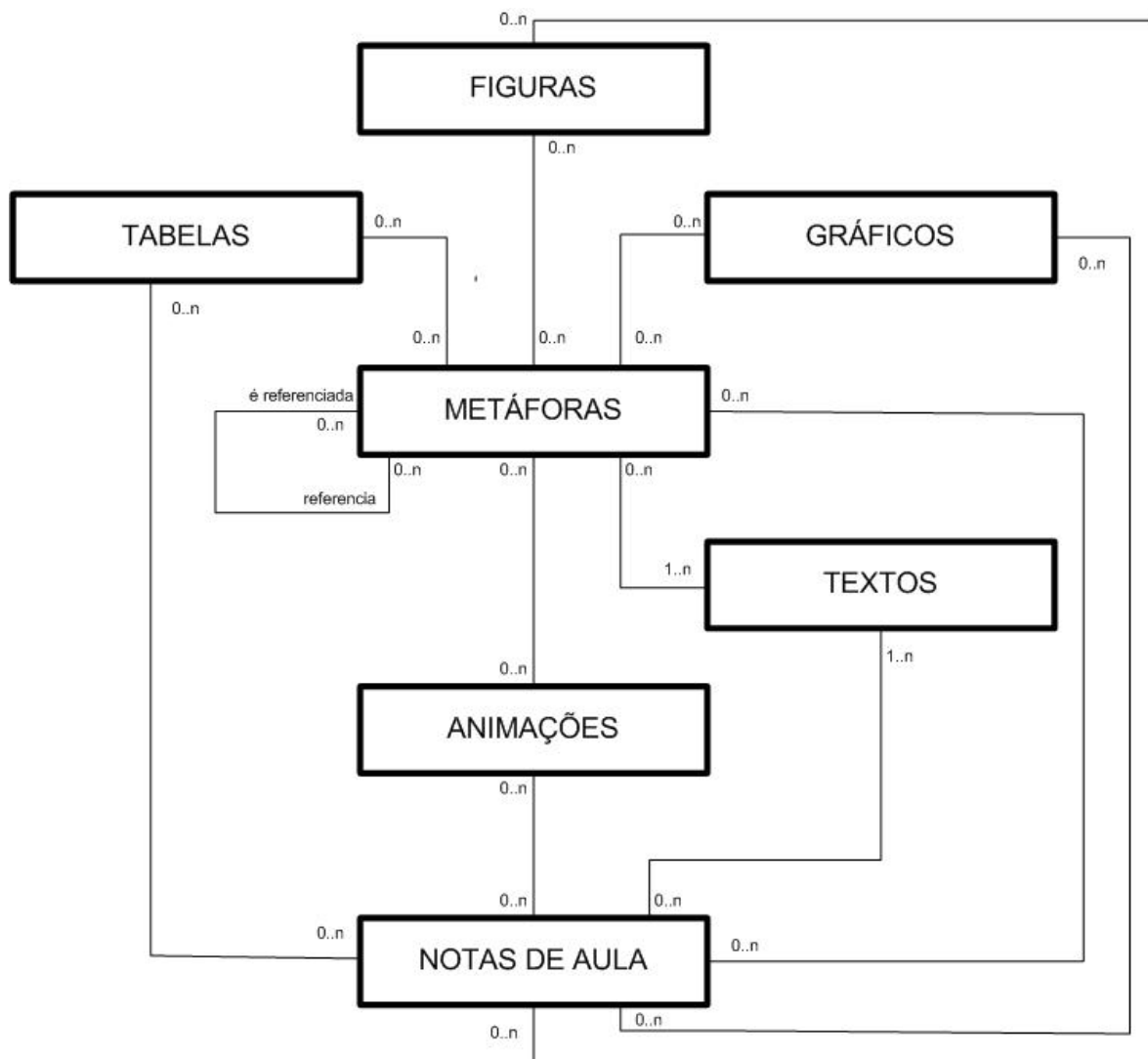


Figura 6-4: Diagrama Entidade Relacionamento do Banco de Dados do Software de Criação, Armazenamento e Recuperação de Metáforas, Notas de Aula e elementos

A seguir, as tabelas são detalhadas em relação aos seus atributos:

- Metáforas:
  - Código (PK<sup>6</sup>, numérico): código da Metáfora;
  - Nome (texto): nome da Metáfora;
  - Descrição (texto): descrição da Metáfora (texto inicial);

<sup>6</sup> *Primary Key* ou Chave Primária

- Notas de Aula:
  - Código (PK, numérico): código da Nota de Aula;
  - Nome (texto): nome da Nota de Aula;
  - Descrição (texto): descrição da Nota de Aula (texto inicial);
- Tabelas:
  - Código (PK, numérico): código da Tabela;
  - Nome (texto): nome da Tabela;
  - Nome Físico (texto): endereço físico da Tabela.
- Figuras:
  - Código (PK, numérico): código da Figura;
  - Nome (texto): nome da Figura;
  - Nome Físico (texto): endereço físico da Figura.
- Animações:
  - Código (PK, numérico): código da Animação;
  - Nome (texto): nome da Animação;
  - Nome Físico (texto): endereço físico da Animação.
- Gráficos:
  - Código (PK, numérico): código do Gráfico;
  - Nome (texto): nome do Gráfico;
  - Nome Físico (texto): endereço físico do Gráfico.
- Textos:
  - Código (PK, numérico): código do Texto;
  - Nome (texto): nome do Texto;
  - Nome Físico (texto): endereço físico do Texto.

## 7 Metáforas e Aplicações

Segundo Almeida [41], a metáfora está longe de ser mero ornamento, ela é uma operação cognitiva e possui natureza conceitual, pois é essencial para nossa compreensão/construção de mundo. Não se trata de uma comparação disfarçada entre dois domínios diferentes, mas de um mapeamento cognitivo de um domínio em termos de outro, que certamente afeta nossa compreensão e nossas práticas sociais a ele relacionadas. Também não se trata de uma operação cognitiva periférica, mas de algo que é central na construção de nossas visões de mundo, já que uma infinidade de experiências humanas, em especial as menos concretas e familiares, são conceitualizadas pelas diversas culturas em termos de outras mais concretas ou familiares.

Um bom exemplo do uso de metáforas e, conseqüentemente, da transmissão de ensinamentos por meio de conceitos ou experiências simples e familiares está na Bíblia, quando Jesus Cristo usa desta operação cognitiva para transmitir seus ensinamentos. Como exemplo pode-se citar as diversas parábolas, a parábola do maior no reino dos céus, a parábola da candeia, a parábola do servo vigilante, a parábola da figueira estéril, a parábola do grão de mostarda, a parábola do cego que guia a outro cego, a parábola do semeador, dentre tantas outras.

Buscou-se nesta pesquisa justamente o exposto no Capítulo 1, ou seja, mapear os conceitos do cálculo, tidos como abstratos, para conceitos ou experiências cotidianas concretas, visando auxiliar o professor e o aluno no processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral.

As metáforas desenvolvidas no escopo desta pesquisa seguem a Composição Estrutural da Metáfora (CEM) descrita no Capítulo 5 e formalizada por meio de um autômato (Figura 5-1). Com relação ao seu processo de desenvolvimento, utilizou-se o processo descrito no Capítulo 5 e que pode ser visto na Figura 5-2.

As metáforas criadas podem ser vistas no endereço eletrônico <http://www.compa.com.br/metaforas/admin/login.php>. Ao entrar no sistema, utilizar o login “teste” e a senha “teste”.

Para o desenvolvimento dos gráficos e animações foram utilizados os softwares Microsoft VISIO (<http://www.microsoft.com>), MAPLE (<http://www.maplesoft.com/>) e Macromedia Flash (<http://www.macromedia.com/>), além da linguagem de programação Java. Nada impede a utilização de outros softwares para o desenvolvimento das metáforas. Por meio do software de composição, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e elementos das metáforas descrito no capítulo anterior, o professor pode utilizar as metáforas dentro de qualquer ferramenta de autoria, como: o FrontPage da Microsoft (<http://www.microsoft.com>); em qualquer ferramenta de gerenciamento de cursos a distância, como: o AULANET (<http://guiaaulanet.eduweb.com.br/>), WebCT (<http://www.webct.com>), o TelEduc (<http://www.teleduc.org.br/>) e o ADAPTWEB [24][29], ou mesmo em aulas presenciais ministradas em laboratórios de informática. A seguir são apresentadas as metáforas desenvolvidas no âmbito desta pesquisa, bem como a aplicação das mesmas e dos recursos multimídia na Soma de Riemann e aos Teoremas de Green, Stokes e Gauss.

### ***7.1 Metáfora do INFINITO E INFINITÉSIMO via tabuleiro do jogo de xadrez***

Utilizando-se de uma linguagem popular, diríamos que o infinito seria algo sem fim, que se repete ou que caminha sem se encontrar um final. Esse processo de repetição está além das atividades que fazemos no dia-a-dia, quando, por exemplo, viajamos de um lugar para outro, ou uma criança pula, pula, pula até se cansar.

Diz uma lenda que, em um antigo reino do oriente médio, um rei solicitou um serviço a um estranho viajante. O visitante cobrou o serviço em grãos de trigo, que seriam contados da seguinte forma: através do uso de um tabuleiro de xadrez de 64 casas, ele colocaria um grão na primeira casa, dois grãos na segunda casa, quatro grãos na terceira casa, dobrando sucessivamente até preencher todas as casas do tabuleiro de xadrez. No final, o rei pagaria com o número de grãos resultantes desta soma de grãos. Diz a lenda que o rei aceitou prontamente o preço do viajante, mas, depois que realizou as contas, descobriu que nem toda a produção de trigo de seu reino seria suficiente para pagar o viajante.



Estudos [8] demonstram que os termos envolvidos na definição formal de limite criam dificuldades cognitivas nos alunos. Termos como ‘tende a’, ‘se aproxima de’, entre outros, geram dificuldades no processo de aprendizagem do Cálculo.

Para compreender o significado das expressões ‘se aproxima de zero’ (ou ‘tende a zero’) e ‘tendendo para o infinito’, faremos uma adaptação à lenda descrita anteriormente. O tabuleiro do xadrez possui 64 casas. Colocaremos 1 grão na primeira casa e, a partir da segunda, multiplicaremos por 10 o valor da casa antecessora:

$$\text{Valor Máximo} = 10^{(\text{Número de Casas do Tabuleiro} - 1)} \quad (1)$$

Obviamente, a ordem é crescente e finaliza com  $10^{63}$  na última casa. Caso um novo tipo de tabuleiro fosse criado, por exemplo, com 128 casas, teríamos um número ainda maior na última casa,  $10^{127}$ . Caso fizéssemos este processo de maneira repetitiva, ou seja, aumentássemos o número de casas, teríamos números cada vez maiores na última casa. Vamos, então, definir o valor máximo da última casa do tabuleiro como sendo o infinito (uma quantidade que tende infinitamente a um certo número sem jamais ser exatamente este número). Percebe-se que quanto maior o número de casas do tabuleiro, maior será o valor máximo. Na linguagem formal da Matemática, diz-se que este número tende para o infinito (FIGURA 7-1).

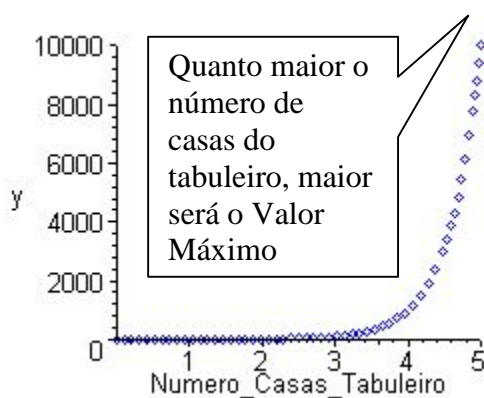


Figura 7-1: Gráfico da função  $f$

A partir do valor máximo (infinito), pode-se estender à expressão ‘se aproxima de zero’. Para tanto, basta tomar o inverso do valor máximo ( $h$ ), quanto maior o valor máximo

(infinito), menor o valor do inverso  $h$ . Percebe-se também que  $h$  tende a zero, mas não chega a ser. Na verdade, este número nunca será zero, mas um número muito próximo de zero, ou seja, ‘se aproxima de zero’ ou ‘tende a zero’ (Figura 7-2).

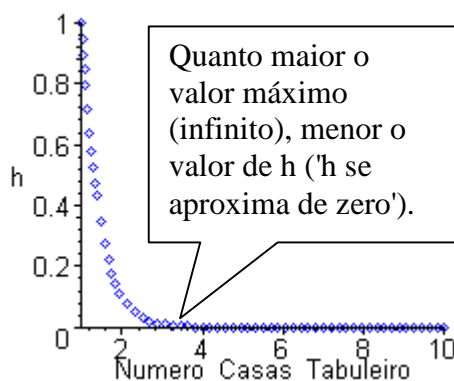


Figura 7-2: Gráfico da função  $h$  (' $h$  se aproxima de 0')

## 7.2 Metáfora do INFINITO E INFINITÉSIMO via computador

Imagine a memória do computador. Sabemos que ela é finita, ou seja, possui um tamanho. Para representarmos um número na memória do computador, precisamos definir, primeiramente, seu tipo. A definição do tipo deste número nos informa qual o maior (ou menor) valor que poderá ser representado. Vale ressaltar que este valor é finito. Como exemplo, utilizaremos a linguagem C. Um número pode ser representado nesta linguagem por um tipo `int`, `short`, `unsigned int`, `unsigned short`, `float`, `double`, `long double`. Na Tabela 7-1 tem-se para cada tipo de dado, o número de bytes usados e os valores mínimos e máximos que podem ser representados por esse tipo.

Tabela 7-1: Tabela de tipos usados na linguagem C

Tipo de dado	Bytes	Valor Máximo
<code>short</code>	2	32767
<code>unsigned short</code>	2	65535
<code>int</code>	4	2147483647
<code>unsigned int</code>	4	4294967295
<code>float</code>	4	3.402e+38
<code>double</code>	8	1.797e+308
<code>long double</code>	12	1.189e+4932

Caso criássemos um novo tipo e aumentássemos o número de bytes, por exemplo, para 16 bytes, teríamos um número ainda maior. Caso fizéssemos este processo de maneira repetitiva, ou seja, aumentássemos o número de bytes, teríamos números cada vez maiores. Como a memória do computador é finita, este processo se repetiria até esta memória ser totalmente utilizada. Porém, vamos definir o máximo valor a ser representado pelo tipo como sendo o infinito, obtendo-se a Tabela 7-2.

Tabela 7-2: Cálculo do x (expressão “se aproxima de zero”)

<b>Valor Máximo = X</b> <b>(analogicamente o infinito)</b>	<b>Valor Mínimo = <math>X^{-1}</math></b> <b>(analogicamente o infinitésimo)</b>
32767	3.051e-5
65535	1.525e-5
2147483647	4.656e-10
4294967295	2.328e-10
3.402e+38	2.938e-47
1.797e+308	5.562e-325
1.189e+4932	8.405e-4939

Percebe-se que quanto maior o valor máximo (infinito) representado pelo tipo, menor o valor do infinitésimo. Percebe-se também que o infinitésimo tende a zero, mas não chega a ser. Na verdade, este número nunca será zero, mas um número muito próximo de zero, ou seja, “se aproxima de zero” (Figura 7-3).

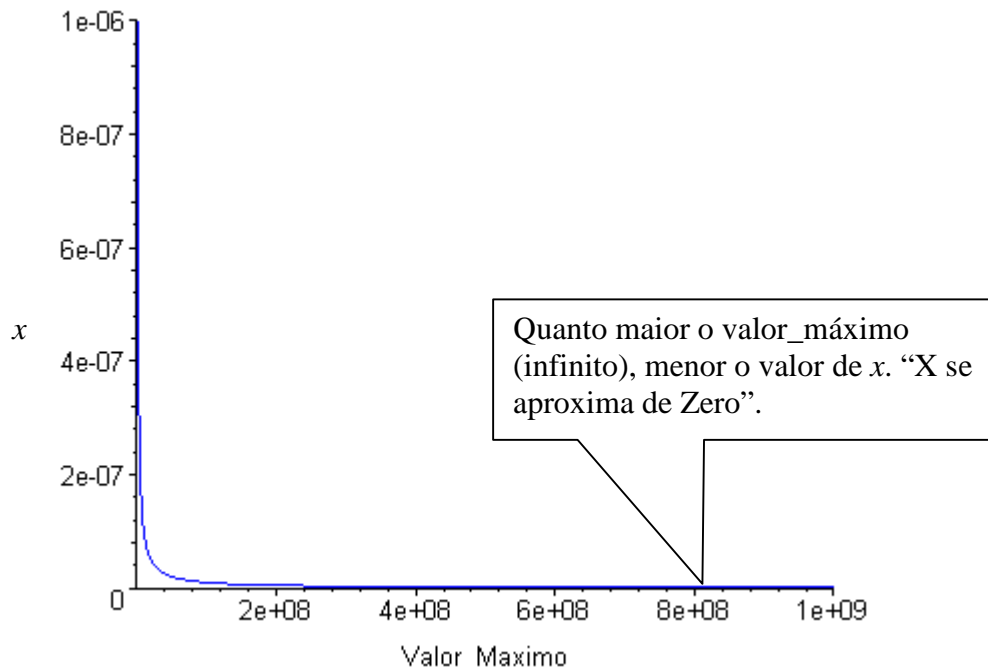


Figura 7-3: Gráfico da função  $x = 1/\text{valor\_máximo}$  (“X se aproxima de zero”)

### 7.3 Metáfora “se aproxima de” via compasso

Como comentando anteriormente, estudos realizados [8] mostram que os termos envolvidos na definição formal de limite criam dificuldades cognitivas nos alunos. A metáfora “se aproxima de” via compasso busca ajudar na compreensão dos termos como ‘tende a’, ‘se aproxima de’, entre outros, que geram dificuldades no processo de aprendizagem do Cálculo.

O compasso é um instrumento de metal ou de madeira cuja função é traçar circunferências e marcar medidas.

Imagine um ponto  $a$  pertencente a uma **linha e** (Figura 7-4). Centramos o compasso em  $a$  e com uma abertura qualquer determinamos o ponto  $b$  pertencente à mesma linha e a direita de  $a$ . Também marcamos o ponto  $b'$  à esquerda de  $a$  com a mesma abertura do compasso. Reduzimos sucessivamente a abertura do compasso, marcando-se os pontos à direita e à esquerda de  $a$  de forma sucessiva até fechar o compasso.

Esta metáfora pode ser empregada para ilustrar o conceito  $x \rightarrow a$  sem necessariamente ser igual a  $a$ , onde  $x$  é o comprimento do arco sobre a **linha e**.

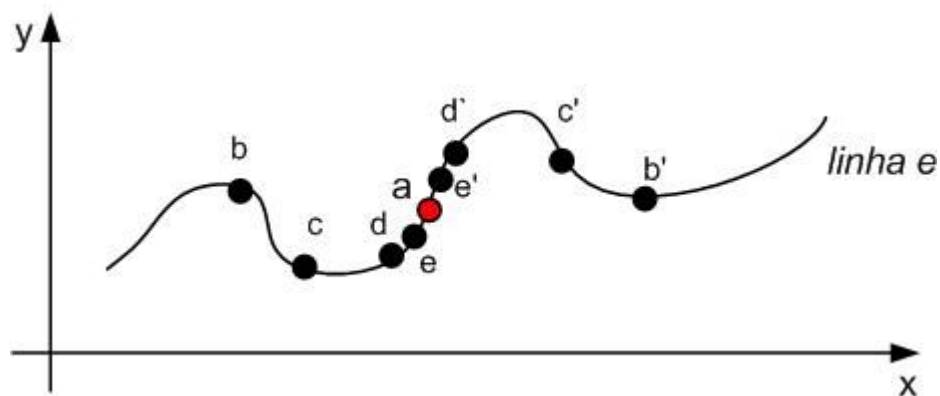


Figura 7-4: Os pontos intermediários se aproximando do ponto **a**

## 7.4 **Metáfora Dividir para Conquistar**

A metáfora dividir para conquistar é baseada numa tática de guerra do imperador romano Júlio César, que mandava espiões para semearem discórdia nos países a serem conquistados, enfraquecendo-os. A idéia básica desta abordagem é a seguinte: um problema difícil é por vezes divisível num conjunto de problemas cuja resolução é relativamente fácil. Para tanto, podemos primeiramente dividir o problema em subproblemas (menores), em seguida resolver estas novas instâncias e, finalmente, intercalar os resultados desses subproblemas para achar a solução do problema principal, ou seja, dividir para alcançar o todo (conquistar o todo).

Para ajudar no entendimento desta metáfora, foi desenvolvida uma aplicação em MAPLE que gerou um *gif* animado aplicado ao cálculo de integrais numéricas. Um *gif* animado é um conjunto de quadros, que apresentados em seqüência, dão a sensação de movimento à figura, da mesma forma que os desenhos animados. Os gifs animados oferecem aos professores uma poderosa ferramenta para mostrar o processo de evolução de algum fenômeno.

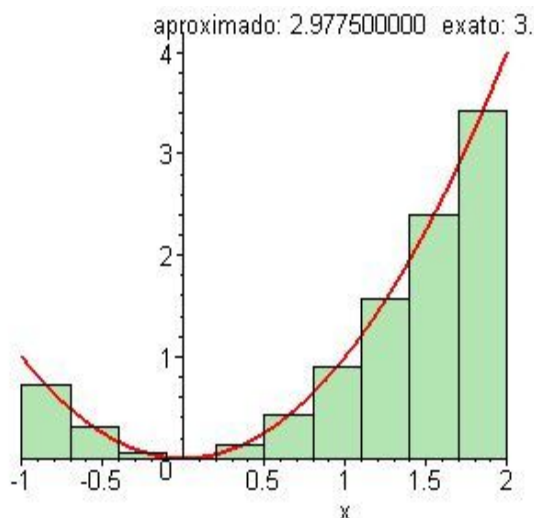


Figura 7-5: Área sob a curva sendo dividida

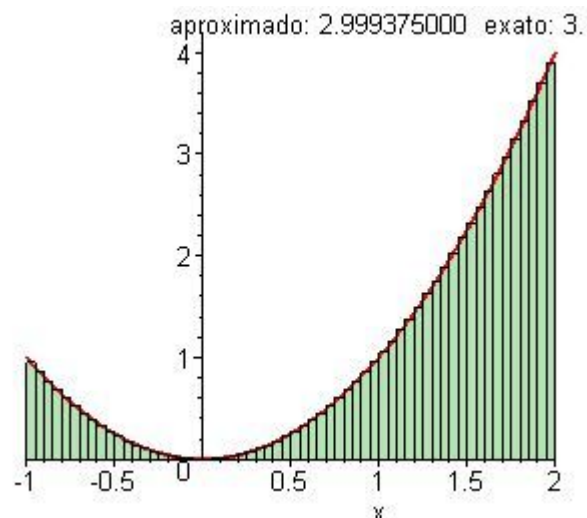


Figura 7-6: Área sob a curva com mais divisões: dividindo para conquistar

Como se pode perceber na Figura 7-5 e na Figura 7-6, quanto maior a divisão, maior é o valor aproximado, ou seja, o resultado se aproxima mais do valor exato. Aqui um cálculo de maior complexidade de determinação da área sob a curva foi reduzido a um problema mais simples de soma de áreas de retângulos.

## 7.5 Metáfora da Câmera Fotográfica Digital

Esta metáfora visa apresentar a questão da resolução de figuras ou imagens (espaço bi-dimensional). Este problema é bastante antigo e conhecido, desde a transmissão das primeiras fotos a longas distâncias em jornais. Nitidamente, nestas fotos podiam-se observar os pontos ou pixels que formam a imagem. A questão da resolução de uma imagem aparece em diversos aparelhos do cotidiano, tais como, monitores de vídeo, televisores, impressoras e na câmera fotográfica digital. Vale a pena observar que apenas o número de pixels de uma imagem não define a resolução da mesma. Por exemplo, tomando-se os monitores de computadores VGA de definição de 800x600 pixels, dependendo do tamanho do monitor, e.g. 14" ou 17", a resolução seria diferente. Para definir a resolução perceptiva é necessário fixar o número de pixels por unidade de medida, por exemplo, para impressoras, usa-se o número de pontos por polegadas (dpi – *dots per inches*).

Preferimos aqui empregar a metáfora da câmera fotográfica digital, em que se observa uma evolução da tecnologia com câmeras de 2, 3, 4, 5 ou mais megapixels. Para uma foto impressa em papel de tamanho médio (as dimensões exatas são irrelevantes), a resolução será crescente, conforme o número de pixels da câmera. Em fotos impressas com contornos curvilíneos é mais difícil ou mesmo imperceptível observar distorções para câmeras de alta definição, mesmo quando se imprime em papel de grande tamanho.

A Figura 7-7 e a Figura 7-8 mostram uma aplicação desenvolvida em FLASH que possibilita se aproximar (aumentar ou *zoom in*) e se afastar (reduzir ou *zoom out*) de uma figura, mostrando estas distorções à medida que nos aproximamos mais da figura, e tornando as distorções imperceptíveis à medida que nos afastamos da figura.

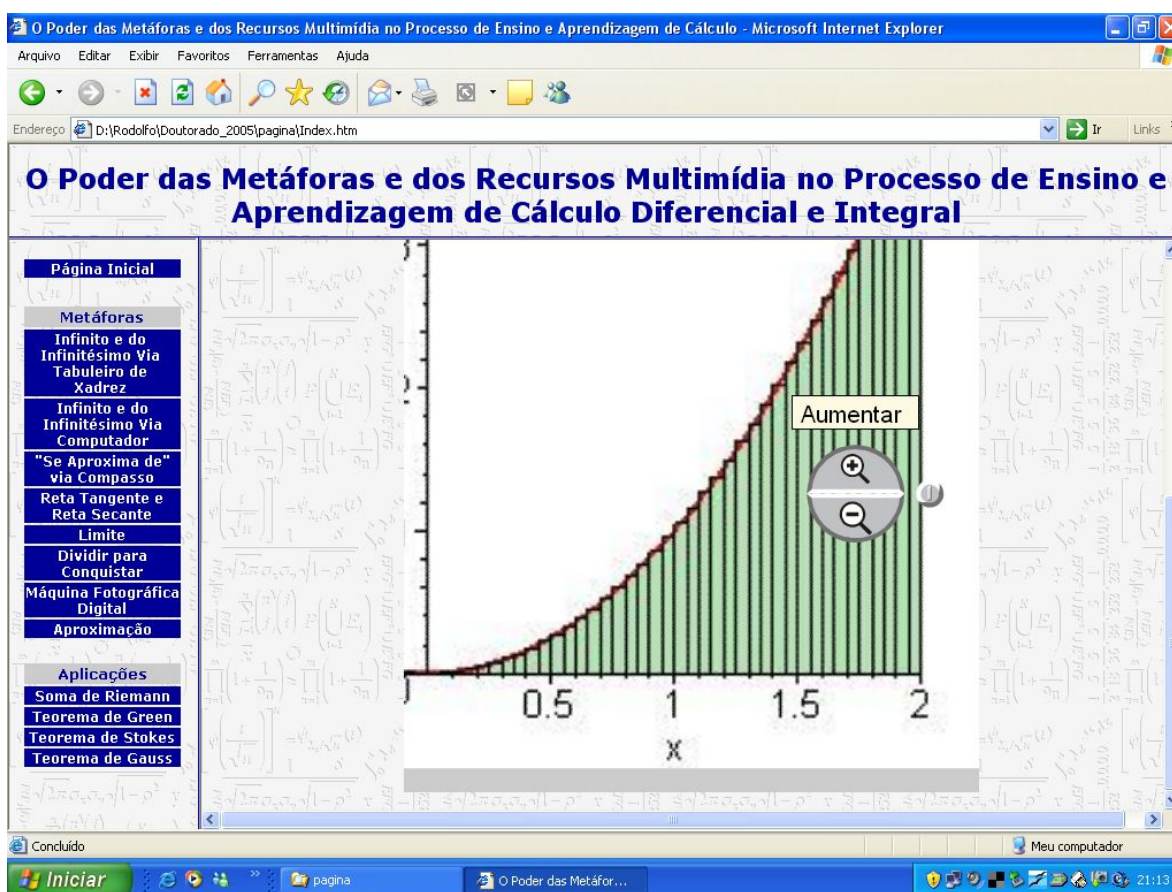


Figura 7-7: Aplicação em FLASH que possibilita chegar mais próximo de uma figura (*zoom in*)



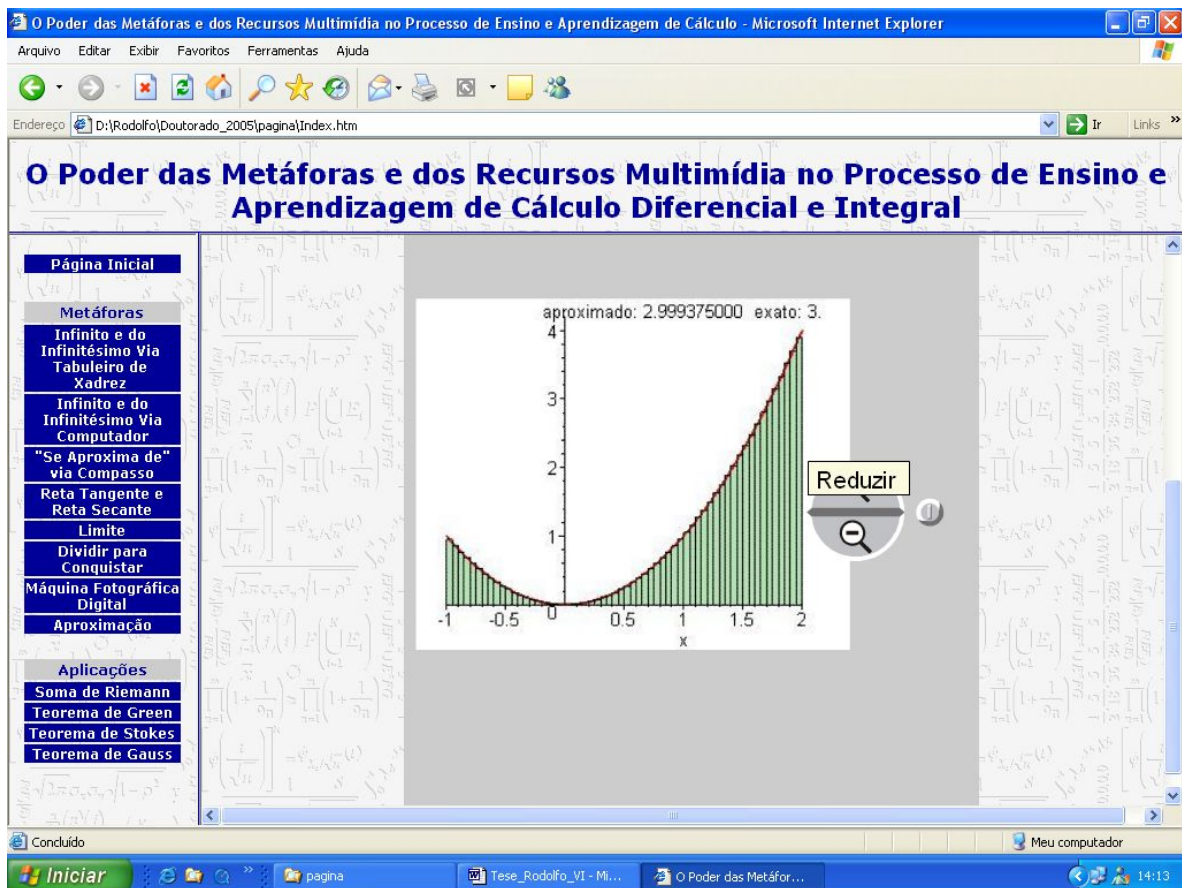


Figura 7-8: Aplicação em FLASH que possibilita aplicar um *Zoom Out* sobre uma figura

## 7.6 Metáfora da Reta Secante e da Reta Tangente (Leque de Abanar)

A expressão comumente usada “saiu pela tangente”, nos dá idéia de sair do foco, mudar de direção, escapar, desconversar, etc. Por exemplo, em uma ocasião de impasse, podemos “sair pela tangente” desconversando ou mudando de assunto. Este conceito de sair pela tangente vem da física, quando um carro, ao fazer uma curva, caso não se mantenha na curva, acaba sendo jogado para fora, saindo tangente à curva, ou seja, saindo pela tangente.



A taxa média de variação entre dois pontos pertencentes a uma curva é medida pela variação do eixo  $y$  dividido pela variação do eixo  $x$ . Geometricamente, uma taxa média de variação é o coeficiente angular de uma reta que passa pelos dois pontos. Uma reta que une dois pontos de uma curva é uma secante em relação à curva.

Quando analisamos somente um ponto (P), dizemos que o coeficiente angular da reta tangente que passa pelo ponto P é a derivada da função  $f(x)$  em P. Esta metáfora de retas secantes e tangentes é freqüentemente utilizada para ilustrar o conceito de derivada de uma função.

Para definirmos a reta tangente, começamos com o que podemos calcular, denominado coeficiente angular da secante PQ; investigamos o limite do coeficiente angular da secante quando Q se aproxima de P ao longo da curva; se o limite existe, então o tomamos como o coeficiente angular da curva em P e definimos a tangente à curva como sendo a reta através de P com esse coeficiente angular.

Para uma compreensão das retas, foi criada a metáfora intitulada reta secante e reta tangente, que lembra um leque de abanar. As retas funcionariam como o abrir e o fechar de um leque de abanar (Figura 7-9). Quando abrimos o leque, estamos criando retas secantes que passam pelo ponto P e por outro ponto pertencente à mesma curva. Quando fechamos o leque, estamos nos aproximando da reta tangente que passa pelo ponto P.

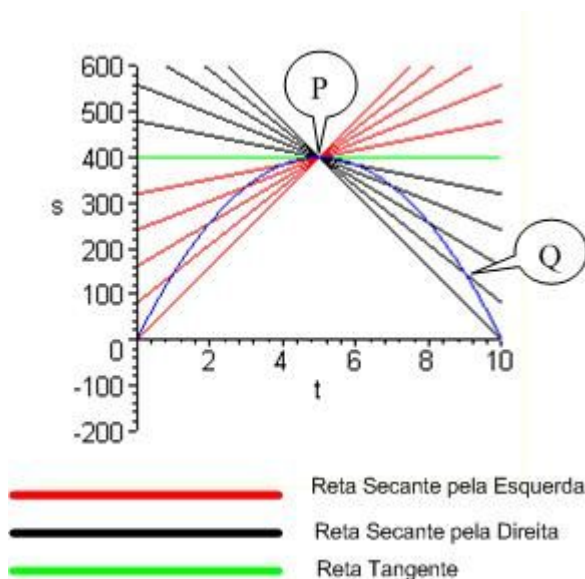


Figura 7-9: Retas Secantes e Reta Tangente – Como um leque de abanar

Para ilustrar esta metáfora, duas aplicações foram desenvolvidas. A primeira, desenvolvida em JAVA, e que pode ser vista na Figura 7-10, possibilita que o usuário modifique o  $\Delta x$  das retas e verifique o que acontece com as mesmas. A segunda aplicação, desenvolvida em MAPLE, apresenta um *gif* animado das retas secantes sobre um ponto  $x$ , até encontrarmos uma reta tangente no ponto  $x$ . Esta aplicação pode ser vista na Figura 7-11 e na Figura 7-12.

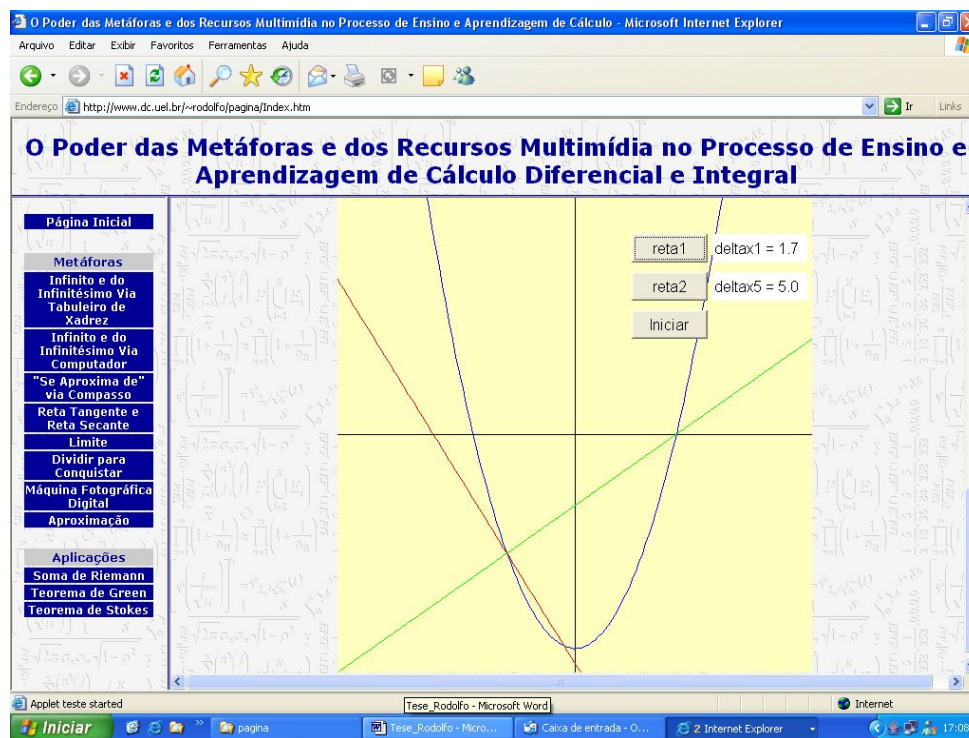


Figura 7-10: Aplicação em JAVA mostrando as retas 1 e 2 à medida que se altera os valores de  $\Delta x_1$  e  $\Delta x_2$

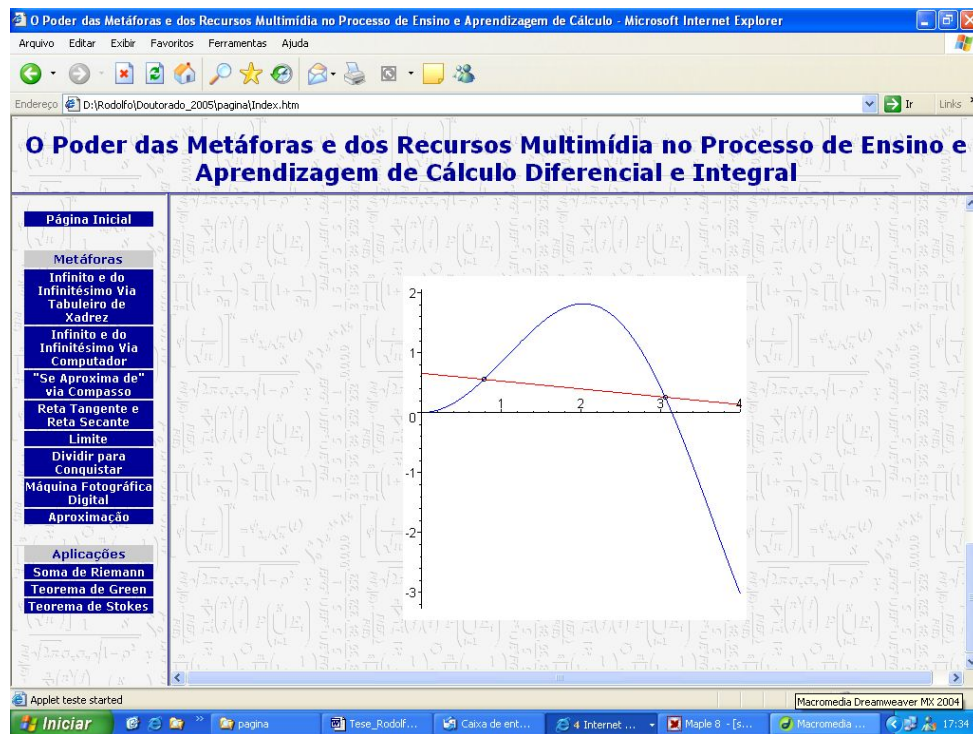


Figura 7-11: Retas Secantes (Aplicação em MAPLE)

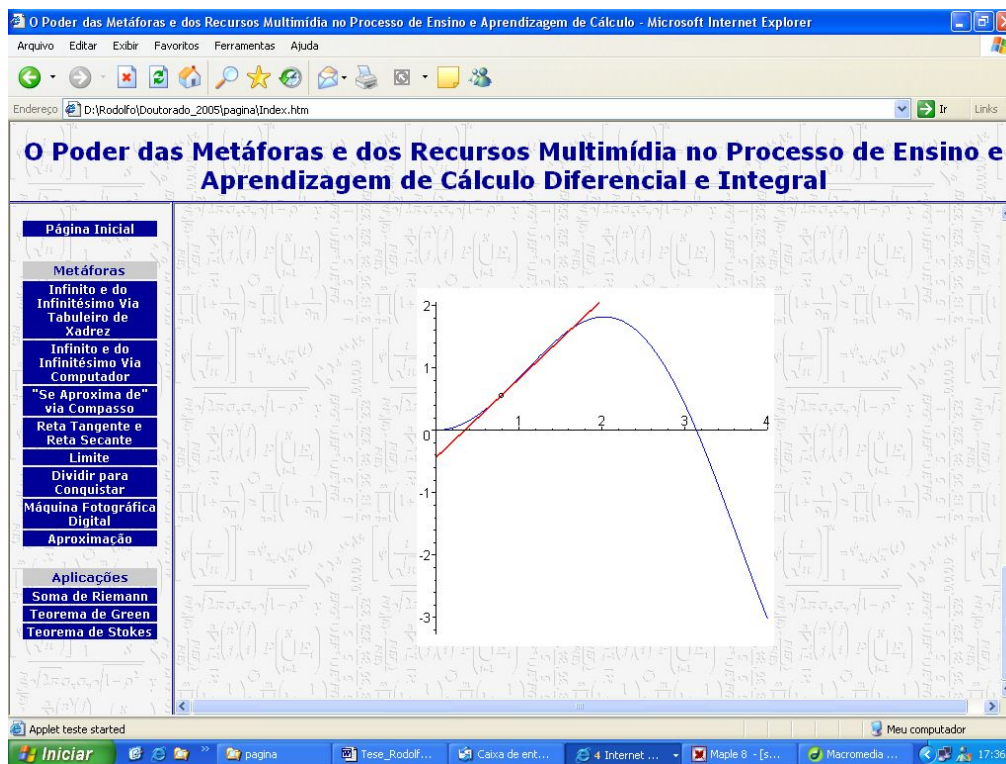


Figura 7-12: Reta tangente (Aplicação em MAPLE)

## 7.7 Metáfora do Alvo

Num jogo de arco e flecha, você tem um alvo constituído de circunferências concêntricas. Para obter pontuação máxima, é preciso acertar no centro. Entretanto, se você permitir certa margem de erro, poderá ao lançar o flecha, atingir algum ponto do alvo, mesmo fora do centro, e obter alguma pontuação.

Suponhamos então que o resultado do lançamento dependa do ângulo entre a horizontal – que liga o ponto de lançamento ao centro do alvo – e uma reta imaginária que liga o ponto de lançamento ao ponto atingido (Figura 7-13). Sabendo qual sua margem de erro ( $\epsilon$ ) para obter alguma pontuação, você tem uma variação delimitada ( $\delta$ ) para o referido ângulo.

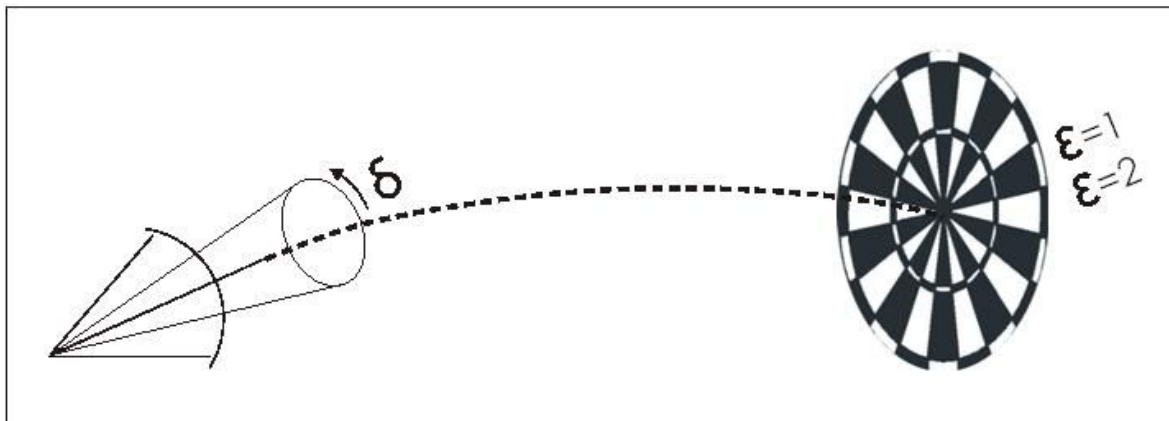


Figura 7-13: Erro determinando ( $\delta$ ) e Erro permitido ( $\epsilon$ )

Sendo assim, precisamos ter controle sobre o erro que pode ser cometido no lançamento da flecha, para que o resultado deste lançamento fique próximo do centro do alvo, ou seja, a flecha atinja o alvo o mais próximo do seu centro.

Isso significa que a situação pode ser descrita da seguinte maneira: sabendo de quanto nos permitimos errar ( $\epsilon$ ), perto do centro do alvo, queremos saber de quanto podemos errar no momento do lançamento, a fim de cairmos na margem de erro permitida inicialmente ( $\delta$ ). Esta metáfora pode ser empregada para ilustrar o conceito de limite em Cálculo Diferencial e Integral.

Se considerarmos a flecha atingindo o alvo como sendo o resultado de uma  $f(x)$  – variável dependente –, e  $x$  – variável independente – no momento do lançamento, podemos dizer que:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  é equivalente a: para todo erro de tamanho  $\delta > 0$ , existe

um erro de tamanho  $\varepsilon > 0$ , tal que, se o valor independente  $x$  – diferente de  $x_0$  – está próximo de  $x_0$ , a menos de  $\delta$ , o valor da variável dependente  $y = f(x)$  estará próximo de  $L$ , a menos de  $\varepsilon$ , ou seja, há a seguinte correspondência:  $\varepsilon$  está para o erro do alvo e  $\delta$  está para o erro do lançamento.

Equivalentemente, podemos escrever:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

Se para cada número  $\varepsilon > 0$  existir um número correspondente  $\delta > 0$  tal que, para todos os valores de  $x$ ,  $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$ , então se diz que o limite  $L$  de  $f(x)$  existe. O gráfico da Figura 7-14 ilustra esta relação entre  $\delta$  e  $\varepsilon$  nesta definição.

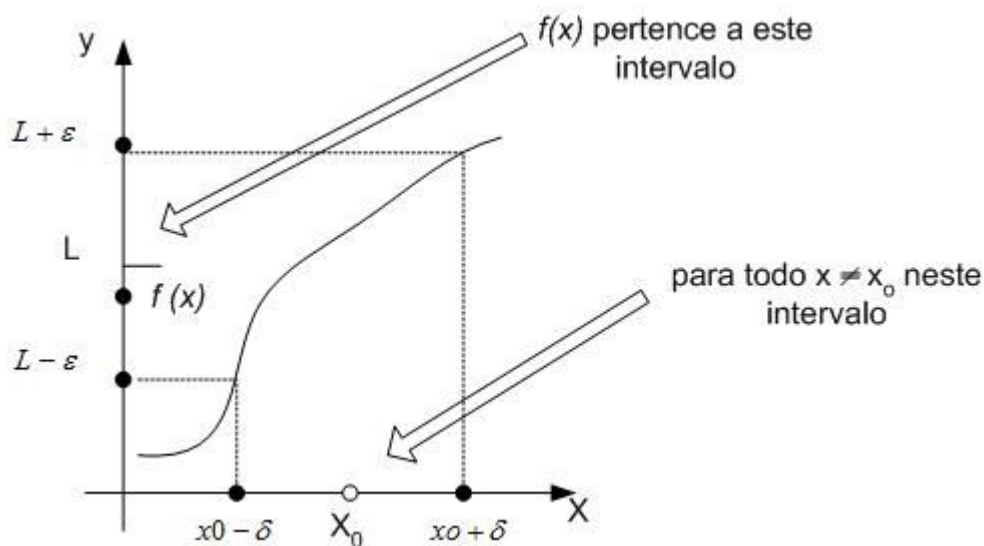


Figura 7-14: Relação entre  $\delta$  e  $\varepsilon$  na definição do Limite

Para esta metáfora também foi desenvolvida uma aplicação em MAPLE que gerou um gif animado que pode ser visto na Figura 7-15 e na Figura 7-16. A animação mostra  $x$



se aproximando de  $x_0$ , tanto pela direita como pela esquerda, à medida que  $f(x)$  se aproxima de  $L$ , tanto pela esquerda como pela direita.

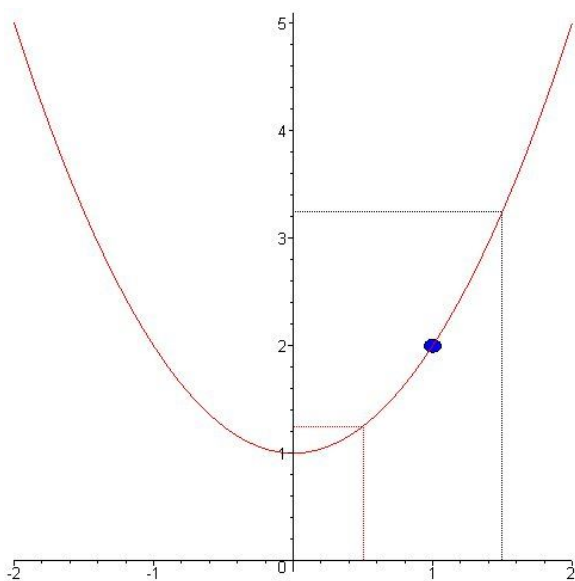


Figura 7-15: Início da animação

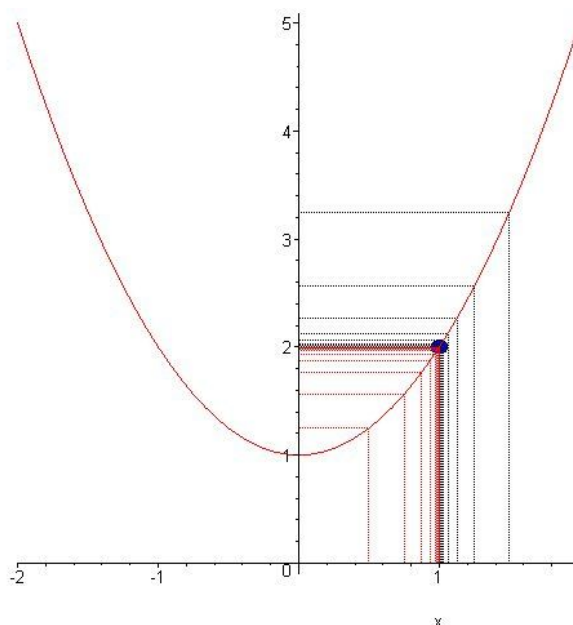


Figura 7-16: Término da animação

## 7.8 Metáfora do volume

Vamos calcular o volume de um cubo no sistema de coordenadas cartesiano. Para tanto, dispomos de vários cubos pequenos com volume igual a  $1 \text{ m}^3$  para auxiliar no cálculo. Chamaremos este pequeno cubo de unidade de volume. Observando o formato da unidade de volume e do cubo, percebemos que eles são iguais, obviamente com tamanhos e volumes diferentes. Neste sentido, vamos utilizar a Metáfora Dividir para Conquistar para calcular o volume do cubo. Portanto, basta utilizarmos várias unidades de volume, encaixando uma na outra. O total de unidades encaixadas nos dará o volume do cubo.

Agora imagine, ao invés de nós termos pequenos cubos, tivéssemos pequenas bolas, também com volume igual a  $1 \text{ m}^3$  e também no sistema de coordenadas cartesiano. Usaríamos também a Metáfora Dividir para Conquistar, porém, a idéia de encaixar uma bola na outra para formar o cubo, não nos daria um valor exato para o volume do cubo, sobriariam espaços no interior do cubo, ou mesmo, as bolas poderiam ficar um pouco para fora, no intuito de preencher o volume total do cubo.

Utilizando-se da Metáfora do Infinitésimo, podemos fazer com que o volume da bola tenda a zero e tenhamos mais bolas infinitesimais preenchendo o volume. Porém, percebemos que existe um erro no cálculo do volume, visto que continuam sobrando espaços entre as bolas infinitesimais (elas não se encaixam). Este erro dá um valor polarizado mesmo se aumentamos o número de bolas (bolas infinitesimais). Portanto, temos neste caso um valor com erro na aproximação do volume do cubo. O mesmo ocorreria se você tivesse no sistema de coordenadas cilíndricas e utilizasse um cubo para o cálculo de uma esfera, também não teríamos um valor exato.

Para esta metáfora foi desenvolvida uma aplicação em FLASH que pode ser vista na Figura 7-17. A aplicação fica sob domínio do usuário, que pode aumentar ou diminuir o número de bolas dentro do cubo. Um dos objetivos deste recurso multimídia é mostrar ao aluno a necessidade do emprego correto do elemento de volume para os diversos sistemas de coordenadas (cartesiano, cilíndrico e esférico). Mais precisamente, este recurso multimídia funciona como um contra exemplo, visto que não houve um casamento correto entre o elemento de volume com o sistema de coordenadas.

Também foram criadas animações utilizando o MAPLE, que geraram um *gif* animado, para ilustrar o elemento de volume para as coordenadas cartesianas (Figura 7-18), cilíndricas (Figura 7-19) e esféricas (Figura 7-20).

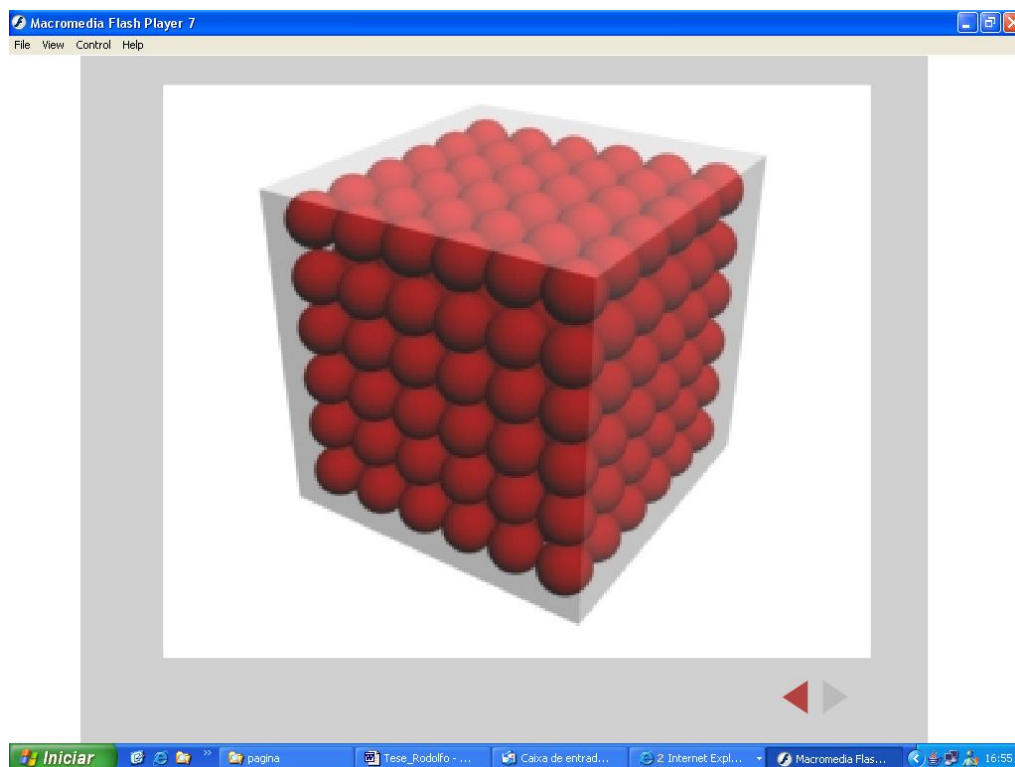


Figura 7-17: Cubo com 216 bolas

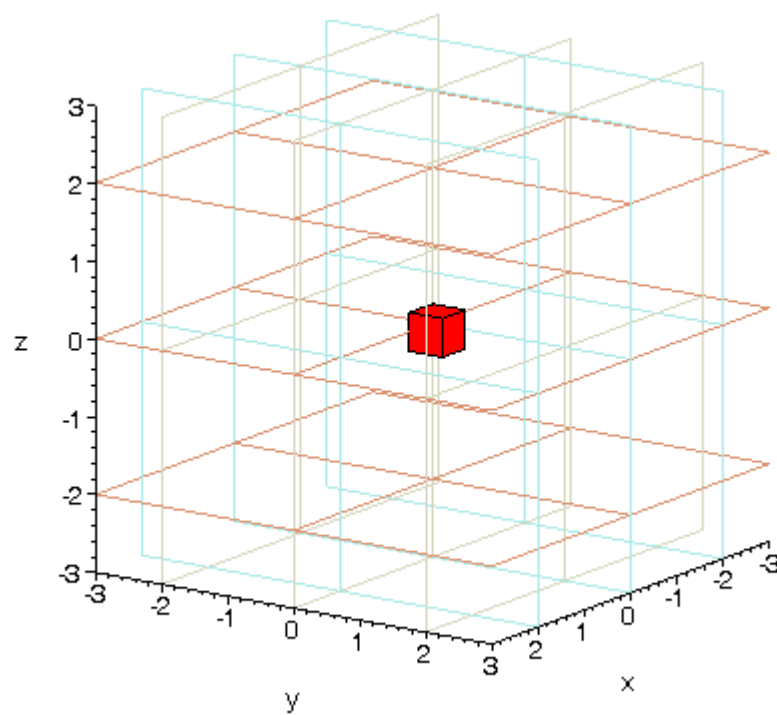


Figura 7-18: Elemento de volume no sistema de coordenadas cartesianas



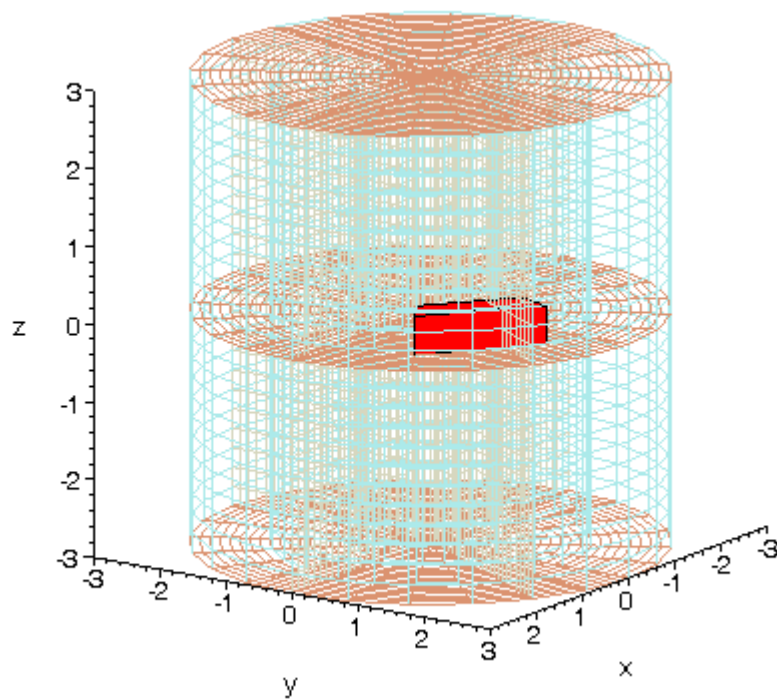


Figura 7-19: Elemento de volume no sistema de coordenadas cilíndricas

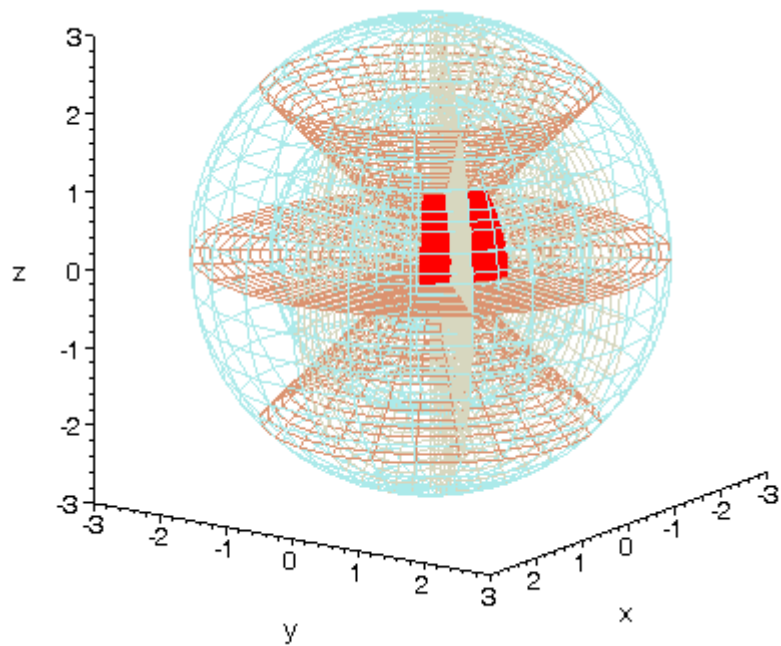


Figura 7-20: Elemento de volume no sistema de coordenadas esféricas

## 7.9 Aplicações das metáforas e dos recursos multimídia

A seguir serão apresentadas as aplicações das metáforas e dos recursos multimídia à Soma de Riemann e nos Teoremas de Green, Stokes e Gauss.

### 7.9.1 Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia à soma de Riemann

Considere o problema do cálculo da área sob uma curva acima do eixo  $x$  (Figura 7-21), isto é o cálculo da integral definida. Pode-se dividir o intervalo  $[a, b]$  em  $n$  subintervalos escolhendo  $n - 1$  pontos,  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ , entre  $a$  e  $b$ , sujeitos à condição de que  $a < x_1 < x_2 \dots < x_{n-1} < b$ . O conjunto  $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$  é chamado de partição de  $[a, b]$ , onde denotamos  $a$  por  $x_0$  e  $b$  por  $x_n$ . A partição  $P$  define  $n$  subintervalos fechados, onde o subintervalo genérico  $[x_{k-1}, x_k]$  é chamado  $k$ -ésimo subintervalo de  $P$ . O comprimento do  $k$ -ésimo subintervalo é:  $\Delta x_k = (x_k - x_{k-1})$ . Nota-se que quanto maior o número de subintervalos, menor será a diferença  $\Delta x_k$ . Em cada subintervalo seleciona-se um número  $x_i$  qualquer.

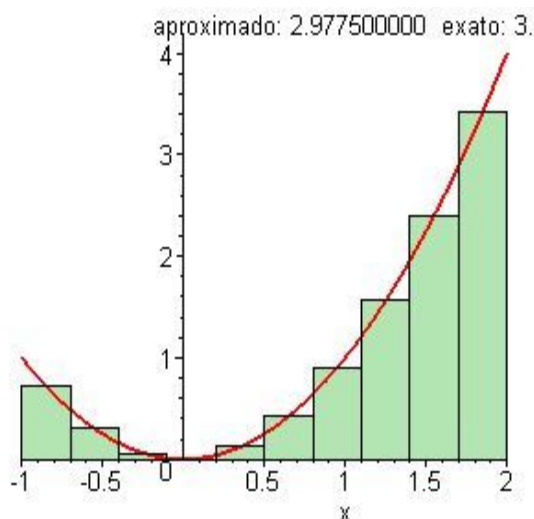


Figura 7-21: Região dividida em subintervalos

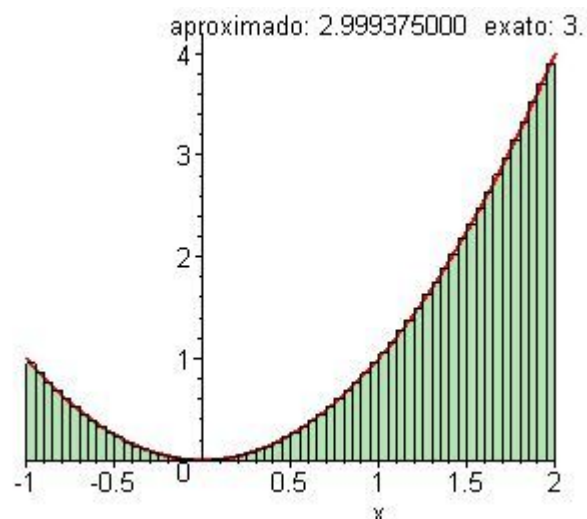


Figura 7-22: Aumentando o número de partições

A seguir, em cada subintervalo constrói-se um retângulo com uma base no eixo  $x$  e que toca a curva em  $(x_i, f(x_i))$ . Esses retângulos podem estar tanto acima como abaixo do eixo. Em cada subintervalo, formamos o produto  $f(x_i) \cdot \Delta x_i$ . Esse produto pode ser positivo,

negativo ou nulo, dependendo de  $f(x)$ . Se realizarmos a soma desses produtos (2), teremos uma aproximação da área da curva sobre o eixo  $x$ .  $\square$

$$S_n = \sum_{k=1}^n f(c_k) \Delta x_k \quad (2)$$

Essa equação é chamada de soma de Riemann para  $f$  no intervalo  $[a, b]$ . Observa-se que, aqui, um problema complexo é dividido em problemas mais simples de cálculo de áreas de retângulos. Dividiu-se o problema em problemas menores para se chegar à solução, tal como na metáfora dividir para conquistar.

Observa-se, ainda, que o cálculo da área depende diretamente da partição  $P$  e da definição do número de subintervalos. À medida que as partições se tornam cada vez menores, a aproximação fica cada vez melhor e a área é medida com maior precisão (Figura 7-22). A área exata será alcançada quando o comprimento dos subintervalos  $\Delta x_k$  tender a zero (metáfora do infinitésimo via tabuleiro do jogo de xadrez).

O mesmo fenômeno é observado quando se imprime fotos de figuras tiradas com câmeras digitais de resolução crescente. O intervalo  $\Delta x_k$  pode ser imaginado como o espaçamento entre pixels da imagem, a partir de certa resolução os pequenos degraus da figura tornam-se imperceptíveis (metáfora da câmera digital).

Vale ressaltar que a Figura 7-21 e a Figura 7-22 foram extraídas de uma aplicação dinâmica desenvolvida no MAPLE, que mostra o número de partições aumentando e o valor aproximado da área chegando próximo do valor exato. Por meio da aplicação também é possível visualizar o seguinte dilema: se  $c_k$  fosse escolhido como o ponto inicial de cada subintervalo, isso levaria o aluno a imaginar uma situação de subestimativa da área para  $f(x) = x^2$  para  $x > 0$  da figura; ao passo que se  $c_k$  fosse escolhido como ponto final de cada subintervalo, a área estaria superestimada. Conforme  $\Delta x_k$  tende a zero, a aproximação em degraus tende a  $f(x)$  e conduz à área exata, tal como o aumento da resolução em impressões de uma câmera digital, o que pode ser facilmente visualizado pela aplicação MAPLE.

### 7.9.2 Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia no teorema de Green

O teorema de Green nos diz que: seja C uma curva simples fechada em volta de uma região R do plano e orientada de modo que a região está à esquerda quando nos movemos sobre a curva no sentido anti-horário. Suponhamos que  $\vec{F} = F_1\vec{i} + F_2\vec{j}$  é um campo liso de vetores definido em cada ponto da região R e da fronteira C. Então:

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_R \left( \frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} \right) dx dy \quad (3)$$

Neste exemplo, as metáforas dividir para conquistar, infinitésimo e da câmera digital fotográfica se aplicam. Vamos explicar o teorema de Green primeiramente utilizando-se da metáfora dividir para conquistar. Assim sendo, vamos dividir a região R em vários quadrados conforme mostra a Figura 7-23. O cálculo da circulação em uma curva simples qualquer C é dividido em um problema mais simples do cálculo da circulação em dois quadrados como ilustra a Figura 7-24.

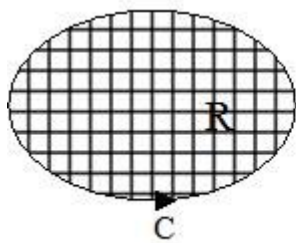


Figura 7-23: Região R limitada por uma curva C e dividida em muitas regiões

$\Delta R$

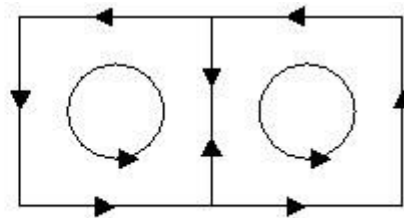


Figura 7-24: Duas pequenas curvas fechadas adjacentes

Sabe-se que a integral de linha é zero se  $\vec{F}$  é perpendicular ao caminho em todos os pontos, ou se as contribuições positivas e negativas se cancelam. Isso é o que ocorre quando se somam as integrais de linha sobre a reta comum que separa duas regiões

adjacentes  $\Delta R$ , como na Figura 7-24. Como as circulações são tomadas em sentido anti-horário, para cada lado comum, as integrais de linha se anulam. Restam, portanto, as integrais de linha na fronteira da região.

Na seqüência de raciocínio, quadriculando-se a região  $R$  em muitas regiões  $\Delta R$ , faz-se o tamanho dos quadrados tender a zero, levando a inúmeros quadrados (metáfora do infinitésimo). Observando-se a Figura 7-25, as circulações das regiões adjacentes se anulam, visto que são cortadas duas vezes, uma em cada sentido (vermelho e azul), restando somente a circulação externa. A metáfora da câmera fotográfica digital pode ainda ser empregada na fronteira, onde os retângulos poderiam ser definidos por 4 pixels adjacentes. Conforme a resolução aumenta, os pequenos “degraus” tornam-se imperceptíveis, aproximando-se cada vez mais da curva  $C$ .

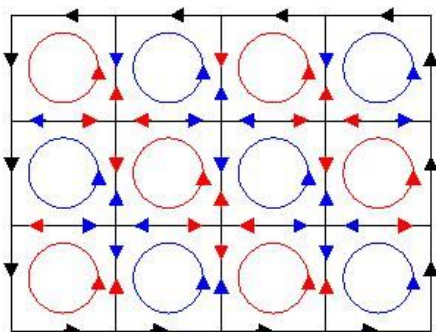


Figura 7-25: Região  $R$  dividida em pequenos quadrados

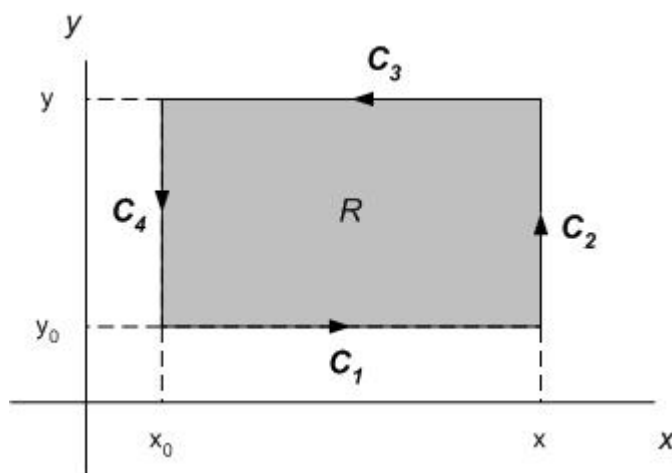


Figura 7-26: Uma região retangular  $R$  com fronteira  $C$  dividida em  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$

A partir do exposto, tem-se:

$$\text{Circulação de } \vec{F} \text{ em torno de } C = \sum_{\Delta C} \text{Circulação de } \vec{F} \text{ em torno de } \Delta C \quad (4)$$

Analisando somente uma pequena curva fechada  $\Delta C$ , dividimos  $\Delta C$  em  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$  (Figura 7-26). Então calculamos integrais de linha  $C_1$  e  $C_3$ , onde  $\Delta \vec{r}$  é paralelo ao eixo-x de modo que  $\Delta \vec{r} = \Delta x \vec{i}$ . Assim, sobre  $C_1$  e  $C_3$  tem-se:

$$\vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = (F_1 \vec{i} + F_2 \vec{j}) \cdot \Delta x \vec{i} = F_1 \Delta x \quad (5)$$

Porém a função  $F_1$  é calculada em  $(x, y_0)$  em  $C_1$  e em  $(x, y_0 + \Delta y)$  em  $C_3$  de modo que:

$$\int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_3} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_1} F_1(x, y_0) dx + \int_{C_3} F_1(x, y_0 + \Delta y) dx \quad (6)$$

$$= \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} F_1(x, y_0) dx + \int_{x_0 + \Delta x}^{x_0} F_1(x, y_0 + \Delta y) dx = \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} F_1(x, y_0) dx - \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} F_1(x, y_0 + \Delta y) dx \quad (7)$$

$$= \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} (F_1(x, y_0) - F_1(x, y_0 + \Delta y)) dx \quad (8)$$

Como  $F_1$  é diferenciável e  $\Delta y$  é pequeno (metáfora do infinitésimo), tem-se:

$$F_1(x, x_0) - F_1(x, y_0 + \Delta y) = - (F_1(x, y_0 + \Delta y) - F_1(x, y_0)) = - \frac{\partial F_1}{\partial y}(x, y_0) \Delta y \quad (9)$$

Sendo assim, temos:

$$= \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} (F_1(x, y_0) - F_1(x, y_0 + \Delta y)) dx = - \left( \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} \frac{\partial F_1}{\partial y} dx \right) \Delta y \quad (10)$$

Supondo que  $\frac{\partial F_1}{\partial y}(x, y_0)$  é aproximadamente constante no intervalo  $x_0 \leq x \leq x_0 + \Delta x$

vem:

$$-\left(\int_{x_0}^{x_0+\Delta x} \frac{\partial F_1}{\partial y} dx\right)\Delta y \approx -\frac{\partial F_1}{\partial y}(x_0, y_0)\left(\int_{x_0}^{x_0+\Delta x} dx\right)\Delta y = -\frac{\partial F_1}{\partial y}(x_0, y_0)\Delta x\Delta y \quad (11)$$

Por um argumento semelhante sobre  $C_2$  e  $C_4$ , tem-se:

$$\int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_{C_4} \vec{F} \cdot d\vec{r} \approx \frac{\partial F_2}{\partial x} \Delta x \Delta y \quad (12)$$

Combinando os resultados para  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$ , e somando sobre todas as pequenas regiões  $\Delta R$  tem-se:

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \sum_{\Delta C} \int_{\Delta C} \vec{F} \cdot d\vec{r} \approx \sum_{\Delta R} \left( \frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} \right) \Delta x \Delta y \quad (13)$$

A equação (13) é uma soma de Riemann que aproxima uma integral dupla, na passagem ao limite em que  $\Delta x$  e  $\Delta y$  tendem a zero. Desta forma, segue (3).

### 7.9.3 Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia no teorema de Stokes

O teorema de Stokes nos diz que: se  $S$  é uma superfície lisa orientada com borda  $C$ , lisa por pedaços, orientada, e se  $\vec{F}$  é um campo de vetores liso que é definido em  $S$  e  $C$  então:

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_S \text{rot} \vec{F} \cdot d\vec{A} \quad (14)$$

Em outras palavras, o teorema de Stokes nos diz que a integral da densidade de circulação sobre uma superfície é igual à circulação sobre a borda da superfície.

Ainda sobre o teorema de Stokes, podemos dizer que, sob condições normalmente encontradas na prática, a circulação de um campo vetorial ao longo da borda de uma superfície orientada no espaço, no sentido anti-horário em relação ao campo  $n$  de vetores normais à superfície (Figura 7-28) é igual à integral do componente normal do rotacional do campo sobre a superfície. Vale ressaltar que o rotacional mede a circulação de um campo de vetores. A Figura 7-27 faz referência a uma animação desenvolvida em FLASH que mostra a circulação no sentido horário e no sentido anti-horário.

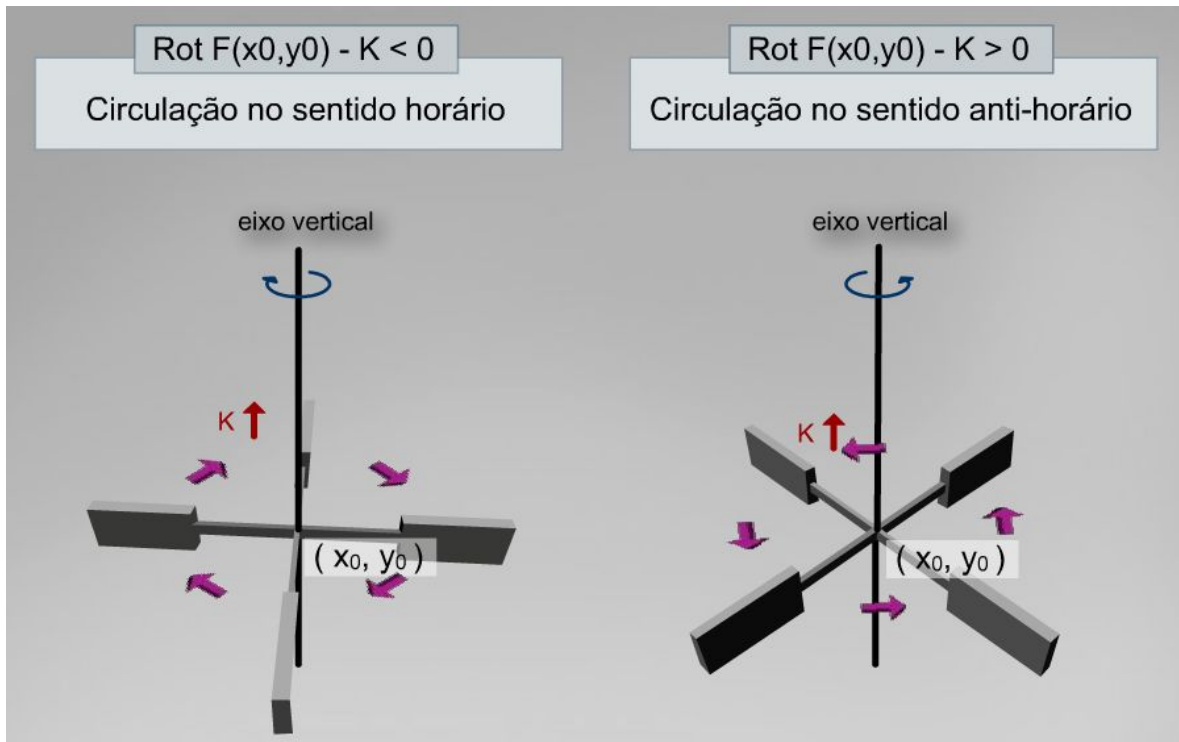


Figura 7-27: Animação desenvolvida em FLASH para ilustrar a circulação

Neste sentido, de acordo com [78] tem-se:

$$\text{rot } \vec{F} \cdot \vec{n} = \text{circ}_{\vec{n}} \vec{F} \quad (15)$$

Vamos explicar o teorema de Stokes, primeiramente, utilizando-se da metáfora dividir para conquistar. Subdividimos  $S$  em pedaços como se vê na superfície da Figura 7-28, ou seja, vamos dividir a superfície  $S$  em  $N$  regiões tão pequenas que possam ser consideradas planas e que o campo vetorial pela pequena superfície passa a ser considerado constante (Figura 7-29).



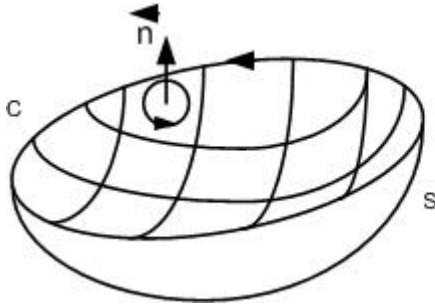


Figura 7-28: Superfície S dividida em N regiões

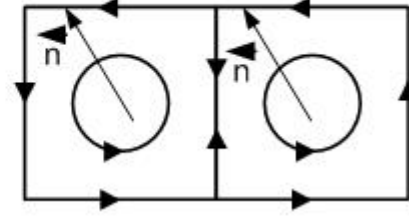


Figura 7-29: Duas pequenas curvas fechadas adjacentes

Se  $\vec{n}$  é um vetor unitário normal positivo num elemento de superfície  $\Delta A$ , então  $\Delta \vec{A} = \vec{n} \Delta A$ . Além disso,  $\text{circ}_{\vec{n}} \vec{F}$  é a densidade de circulação  $\vec{F}$  em torno de  $\vec{n}$  de modo que:

Circulação de  $\vec{F}$  em torno da borda

$$\text{do elemento } (\text{circ}_{\vec{n}} \vec{F}) \Delta A = ((\text{rot } \vec{F}) \cdot \vec{n}) \Delta A = \text{rot } \vec{F} \cdot \Delta \vec{A} \quad (16)$$

Na seqüência de raciocínio, faz-se o tamanho dos quadrados tender a zero (metáfora do infinitésimo). Em seguida, somamos as circulações em torno de todos os pequenos elementos. A integral de linha ao longo da borda comum de pedaços adjacentes aparece com sinais opostos em cada elemento de modo que se cancela. Quando somamos todos os pedaços, as bordas internas se cancelam e resta-nos a circulação em torno de C, o bordo da superfície toda (Figura 7-30).

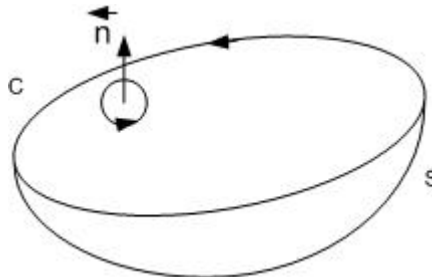


Figura 7-30: Superfície S após as bordas internas se cancelarem

Assim temos:

Circulação em torno de C =

Circulação em torno das bordas dos elementos

$$\text{rot } \vec{F} \cdot \Delta \vec{A} \quad (17)$$

A equação (17) é uma soma de Riemann que aproxima uma integral, na passagem ao limite em que  $\Delta A$  tende a zero (metáfora do infinitésimo).

$$\text{Circulação em torno de } C = \int_S \text{rot } \vec{F} \cdot d\vec{A} \quad (18)$$

Portanto:

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_S \text{rot } \vec{F} \cdot d\vec{A} = \text{Circulação em torno de } C = \int_S \text{rot } \vec{F} \cdot d\vec{A} \quad (19)$$

#### 7.9.4 Aplicação das metáforas e dos recursos multimídia no teorema da divergência ou teorema de Gauss

O teorema da divergência ou teorema de Gauss é um análogo em várias variáveis do teorema fundamental do cálculo. Diz que a integral da densidade de fluxo através de uma região sólida é igual à integral do fluxo através da borda da região. Em outras palavras: Se  $W$  é uma região sólida cujo bordo  $S$  é uma superfície lisa por partes e se  $\vec{F}$  é um campo de vetores liso definido em todo  $W$  e sobre  $S$ , então:

$$\int_S \vec{F} \cdot d\vec{A} = \int_W \text{div } \vec{F} \cdot dV \quad (20)$$

onde a  $S$  é dada a orientação para fora.

A divergência ou divergente de um campo de vetores  $\vec{F}$  ( $\text{div } \vec{F}$ ) é um operador que mede a magnitude de “fonte” ou “ralo” (sumidouro) de um campo vetorial em um dado ponto, isto é, ele pode ser entendido como um escalar que mede a dispersão dos vetores do campo num determinado ponto. Por exemplo, no escoamento do fluido através de uma região plana, a divergência é positiva na “fonte”, um ponto onde o fluido entra no sistema, e negativo no “sumidouro”, um ponto onde o fluido sai do sistema. A Figura 7-31 apresenta uma animação desenvolvida em FLASH para auxiliar na explicação do conceito de divergência, fonte e sumidouro.

A definição em coordenadas cartesianas da divergência é dada por:

Se  $\vec{F} = F_1\vec{i} + F_2\vec{j} + F_3\vec{k}$  então:

$$\text{div}\vec{F} = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} \quad (21)$$

De acordo com [78], tem-se:

$$\text{Fluxo total através de S} = \text{div}\vec{F} \times \text{Volume de W} \quad (22)$$



Figura 7-31: Aplicação desenvolvida em FLASH para explicar o conceito de divergência, fonte e sumidouro

A borda de uma região sólida pode ser pensada como a camada entre o interior da região e o espaço em volta. Na Figura 7-32, por exemplo, a borda de um cubo sólido é constituída de suas seis faces, a borda de uma bola sólida é uma superfície esférica e a borda de um cilindro sólido é um tubo fechado nas duas extremidades por discos. Uma superfície que é a borda de uma região sólida é chamada uma superfície fechada.



Figura 7-32: Regiões sólidas e suas bordas

Considere uma região sólida  $W$  no espaço 3D cuja borda é a superfície fechada  $S$ . Vamos explicar o teorema de Gauss, primeiramente, utilizando-se da metáfora dividir para conquistar, subdividindo  $W$  em pequenas caixas como se vê na Figura 7-32. Então para uma pequena caixa de volume  $\Delta V$ , tem-se:

$$\text{Fluxo para fora da caixa} \quad \text{Densidade de fluxo} \times \text{Volume} = \text{div} \vec{F} \Delta V \quad (23)$$

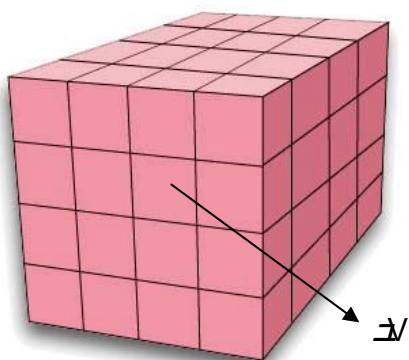


Figura 7-33: Subdivisão da região  $W$  em pequenas caixas de volume  $\Delta V$

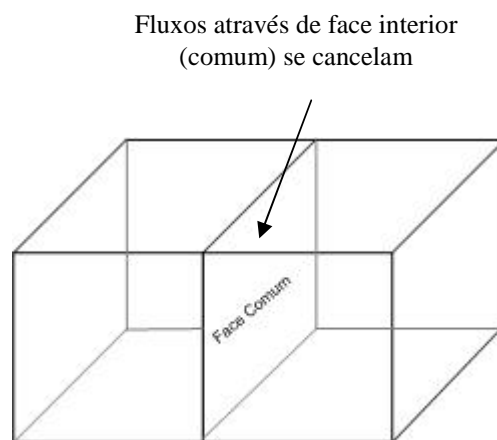


Figura 7-34: Somar os fluxos para fora de caixas adjacentes

Quando somamos os fluxos para fora de todas as caixas, o fluxo através da face comum das caixas adjacentes (Figura 7-34) é contado duas vezes, um para fora da caixa de cada lado. Quando somamos estes fluxos estas contribuições se cancelam, portanto obtemos o fluxo para fora da região sólida unindo-se as duas caixas.

Na seqüência de raciocínio, faz-se o volume das caixas tender a zero (metáfora do infinitésimo). Em seguida, somamos os fluxos para fora das caixas adjacentes. Quando somamos todos os fluxos, as bordas internas se cancelam e resta-nos o fluxo em torno de  $W$  (Figura 7-35).

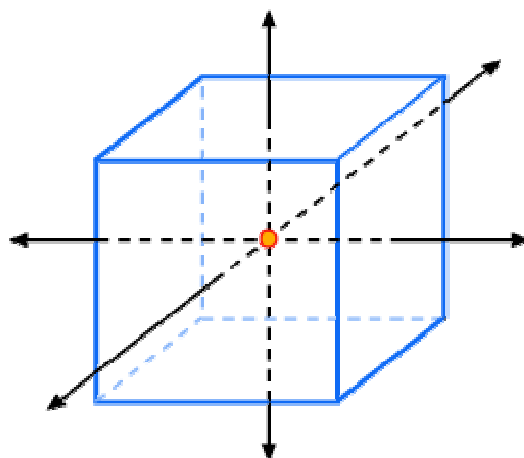


Figura 7-35: Região sólida  $W$  depois dos fluxos das caixas adjacentes se cancelarem

Portanto, tem-se:

$$\text{Fluxo para fora de } W = \text{Fluxo para fora das pequenas caixas} \quad \text{div} \vec{F} \cdot \Delta V \quad (24)$$

A equação (24) é uma soma de Riemann que aproxima uma integral, na passagem ao limite em que  $\Delta V$  tende a zero (metáfora do infinitésimo).

Desta forma:

$$\text{Fluxo para fora da caixa de } W = \int_W \text{div} \vec{F} \cdot dV \quad (25)$$

ou seja,

$$\text{Fluxo para fora da caixa de } W = \int_W \text{div} \vec{F} \cdot dV = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{A} \quad (26)$$

## 8 Estudo de Caso

### 8.1 Descrição do Estudo de Caso

Para verificar e validar o poder das metáforas e dos recursos multimídia no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo foi elaborada uma aula, onde se apresentou as metáforas desenvolvidas no âmbito desta pesquisa, bem como as aplicações das mesmas e dos recursos multimídia na Soma de Riemann e nos Teoremas de Green, Stokes e Gauss. As aulas foram ministradas em três Universidades, a saber: Universidade Estadual de Londrina (UEL), Universidade Norte do Paraná (UNOPAR) e Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Na UEL, a aula foi ministrada no Curso de Ciência da Computação, e na UNOPAR e na UNICAMP no Curso de Engenharia da Computação.

A metodologia utilizada para ministrar as aulas foi a preleção ou aula expositiva, com a participação dos alunos (dialogada). O conteúdo foi trazido pelo professor inteiramente delimitado, justamente por se buscar conclusões sobre o uso das metáforas e dos recursos multimídia no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo. O material didático utilizado foi extraído do software de criação, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e os elementos (gráficos, tabelas, animações, textos e figuras), desenvolvido no âmbito deste trabalho e disponível no endereço <http://www.compa.com.br/metaforas/logar.php>. O material foi inserido no aplicativo Power Point da Microsoft. Como recursos de apoio foram utilizados um computador e um projetor multimídia (*datashow*) para se projetar as transparências e executar as animações.

Iniciou-se a aula explicando as metáforas, dando-se ênfase nos recursos multimídia utilizados. Após a explicação das metáforas, partiu-se para a explicação da soma de Riemann e dos teoremas de Green, Stokes e Gauss. Para tanto utilizou-se das metáforas anteriormente explicadas e dos recursos multimídia desenvolvidos, principalmente as animações. Cada aula teve a duração de aproximadamente 1 hora e 20 minutos, e, no decorrer da mesma, foi dada a palavra para os alunos se manifestarem, ou seja, tecerem algum comentário ou sanarem alguma dúvida.

O instrumento de coleta de dados que foi utilizado para o desenvolvimento da pesquisa foi o uso de um questionário, que por suas características próprias tem a vantagem da rapidez e poder incluir a opinião de todos os alunos que participaram da aula. Ao término de cada aula foi solicitado aos alunos que preenchessem o questionário, composto de 16 perguntas, visando demonstrar o grau de contribuição que as metáforas e os recursos multimídia trouxeram ao aluno. O questionário aplicado pode ser visto no Apêndice A.

Para análise dos resultados, foi aplicada a análise estatística do  $\chi^2$  (qui quadrado – análise não paramétrica), utilizando-se a Tabela estatística de valores mínimos em um teste de diferença direcional bi-lateral [33] na qual os resultados foram considerados como “sim” e “não” em uma primeira etapa, e em seguida aqueles com respostas positivas, convertidos em porcentagens de categorias: “totalmente” e “parcialmente”.

Os testes de 1 a 7 foram respondidos por 89 alunos sendo estes provenientes dos Cursos de Engenharia de Computação da UNICAMP, Ciência da Computação da UEL e Engenharia da Computação da UNOPAR. Os testes de 8 a 16 foram realizados por 58 alunos dos Cursos de Engenharia de Computação da UNICAMP e Ciência da Computação da UEL. Como estes testes estavam relacionados com a soma de Riemann e os teoremas de Green, Stokes e Gauss, os alunos da UNOPAR não responderam os mesmos, por serem alunos do primeiro ano, onde se buscou verificar o impacto das metáforas e dos recursos multimídia no início de um curso de Cálculo.

## **8.2 Resultados**

De acordo com a análise de resultados de opinião dos alunos, é possível concluir que o uso de metáforas, dos recursos multimídia e dos dois recursos associados contribuem de forma significativamente positiva ( $p < 0,01$ ) no entendimento de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, na opinião dos alunos submetidos aos questionários. É importante ressaltar que 97% dos alunos participantes do estudo consideraram a contribuição positiva.

De acordo com tabela de análise estatística do  $\chi^2$ , para um total de 89 respostas, é preciso que no mínimo 62 apresentem uma das respostas para que ela seja considerada com diferença estatística em nível de significância de 0,01% [33], ou seja, para esta consideração, até 27 respostas poderiam ser opostas para que ainda assim o uso de

metáforas e multimídia poderiam ser consideradas como fatores que contribuem para o processo de ensino e aprendizagem de Cálculo diferencial e Integral.

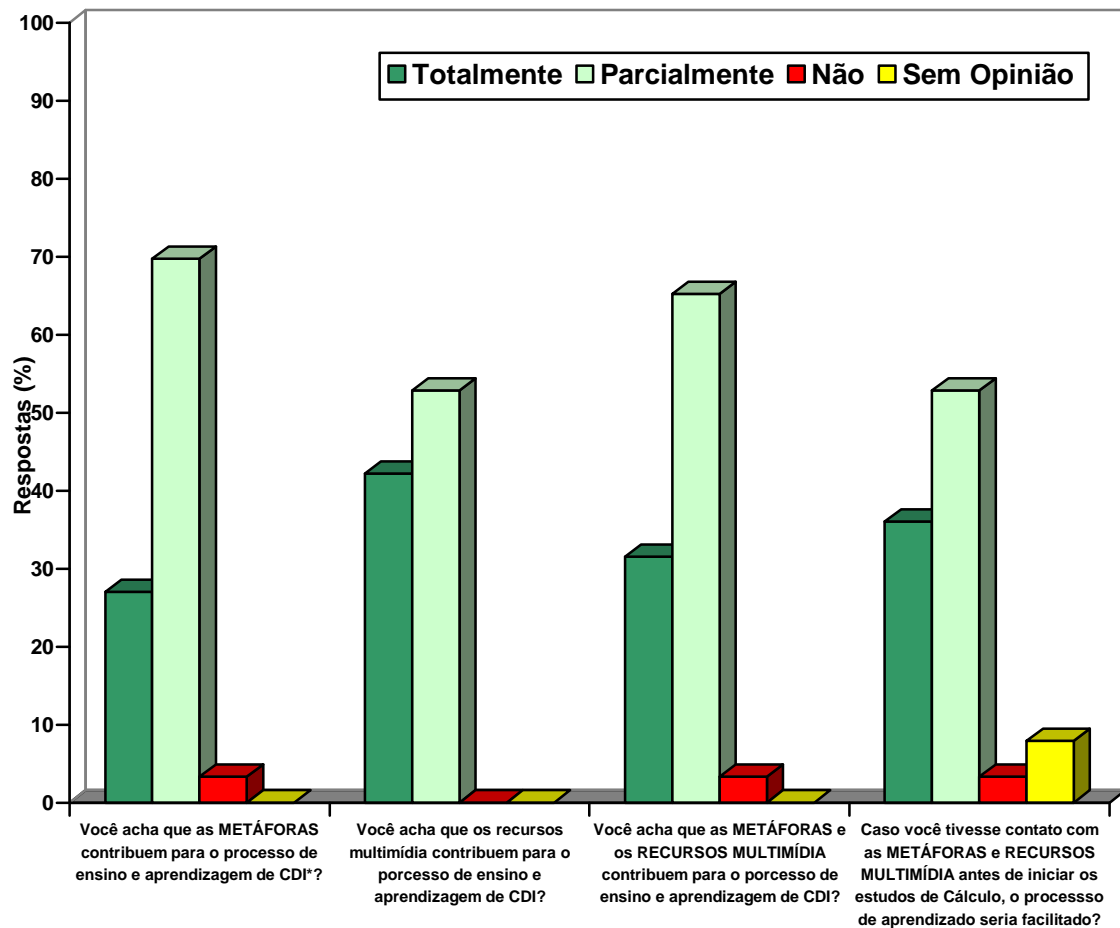
No presente estudo, nas questões de 1, 3, 5 e 7 em que foram feitas questões sobre o efeito dos recursos, as respostas foram em todos os casos, acima do número mínimo necessário para se concluir que há contribuição positiva significativa dos mesmos.

Na Figura 8-1 estão representados os valores de respostas em porcentagem, para cada uma das questões.

Quando questionados em relação à contribuição do uso de metáforas, 38,3% dos alunos que a consideravam positiva, responderam que a mesma era total, e 61,7% que era parcial.

De forma semelhante, a opinião foi significativamente favorável quanto ao uso dos recursos de metáforas e multimídia, pois o número de alunos que acreditam que o uso desses recursos antes de iniciar os estudos, facilitaria o processo de aprendizagem foi significativamente superior ( $p < 0,01$ ). Destes, 52,8% acreditam que a melhora seria parcial, e 48,2% total.





\*CDI=Cálculo Diferencial Integral.

Figura 8-1: Histograma da porcentagem de respostas para cada uma das questões em relação ao aprendizado de Cálculo Diferencial Integral

Quando foi solicitado que respondessem o porquê, as respostas obtidas foram as seguintes:

- “Se essas metáforas fossem utilizadas pelo professor e logo em seguida apresentar o conteúdo da matéria, para o aluno ficaria mais claro porque ele relacionaria a metáfora com a matéria”;
- “Porque assim facilitaria o processo de abstração conceitual. Nem sempre é visível ao olhar do aluno, o que o professor de Cálculo pretende ensinar”;

- “Com certeza ajudaria bastante o processo de aprendizado, principalmente levando em consideração os recursos multimídia”;
- “No estudo de cálculo, pelo menos em meu caso, não foi dada total atenção pois uma noção do contexto onde ser aplicado, isso dificulta muito o desempenho e o gosto pela disciplina. Nesse caso, os recursos ajudariam muito”;
- “As metáforas contribuem para o entendimento, já que trazem conhecimentos anteriores e os recursos multimídia facilitam a compreensão dos exemplos”;
- “Porque com a visualização e a praticidade fica mais fácil entender os conceitos”;
- “Na minha opinião, quando se tem auxílio visual para aprender matemática fica bem mais fácil de entender, junto com as metáforas se torna um sistema de ensino muito interessante”;
- “Com animação fica mais fácil de se visualizar um problema”;
- “Quando nos é apresentado algo gráfico utilizando-se de materiais multimídia o cérebro capta com muita facilidade, e usando metáforas facilita ainda mais”;
- “Porque eu já teria uma base sobre o que é limite. Seria melhor do que quando eu comecei a estudar limites sem nenhum conhecimento”;
- “Apresenta o conteúdo em linguagem informal – não técnica. Dita no popular com exemplos vivenciados no dia a compreensão torna-se simples (facilitada). Aprendizagem parcialmente facilitada com tendência à totalidade”;
- “Pois com as metáforas fica mais fácil de entender o que é proposto, e com a ajuda dos recursos de multimídia podemos visualizar o que é pedido”;
- “As metáforas são linguagens mais usadas no dia-a-dia pelos alunos, e sem dúvida ajudariam e muito no processo de aprendizagem. Os recursos multimídia “ilustram” e deixam mais fáceis de ser entendido o processo de estudos de cálculo”;
- “Pois é uma matéria um pouco complicada de ser entendida, mas com artifícios como metáforas e multimídia, tornaria mais fácil a aprendizagem visto que correlaciona com coisas que relacionamos habitualmente”;

- “Esclarece alguns itens como tende a infinito que confunde um pouco minha cabeça, mas desta forma certamente seria mais fácil entender com a utilização de metáforas”;
- “Sim, é mais fácil de se compreender, pois as metáforas aplicam situações do dia-a-dia da pessoa”;
- “Sim, porque vimos uma aplicação para aquilo que aprendemos, principalmente no visual sem dúvidas acho que fica mais empolgante e fácil de assimilar”;
- “Pois as metáforas me ajudariam a achar a melhor maneira de meu cérebro absorver o cálculo, e a multimídia me ajudaria na memorização”;
- “Alguns assuntos de Cálculo são muito complexos e de difícil compreensão. Há aqueles que até hoje não sei muito bem. Creio que o uso de metáforas e recursos multimídia seria bom para termos outra forma de visão do assunto e facilidade na fixação”;
- “Considero que o uso de metáforas pode ser bastante benéfico aos estudantes, especialmente àqueles com problemas com a abstração de conceitos pouco mensuráveis no dia-a-dia dos alunos. Contudo acho que são necessárias algumas modificações nas transparências apresentadas à classe, pois as letras são muito pequenas dificultando a leitura”;
- “Pois com o auxílio de metáforas, poderíamos ter ajuda na memorização e aprendizado de conceitos. Com a multimídia teríamos uma imagem, filmes, figuras em movimento, ajudando na compreensão do assunto”;
- “O nível de abstração exigido para o aprendizado de Cálculo é alto e a ajuda através de mecanismos que possam tornar esses conceitos mais claros é de vital contribuição”;
- “Facilitaria a compreensão de conceitos abstratos e principalmente a fixação dos mesmos, uma vez que os conceitos de Cálculo são, na sua maioria acumulativa, o que torna a tradicional “decoreba” ineficiente, além de antiacadêmica”;

- “Torna as aulas mais dinâmicas e menos formais. Assim, o aluno se sente mais confortável para questionar”;
- “A maior dificuldade encontrada nesta matéria é a sua abstração, com tal abordagem esta dificuldade com certeza seria minimizada”;
- “Porque muitas vezes acabamos decorando fórmulas sem dar importância aos conceitos. Usando esta abordagem, facilita-se a ênfase nos conceitos”;
- “Quando se desenvolve algum teorema, quem desenvolve sempre o faz a partir de alguma percepção intuitiva, que é então formalizada. Portanto, o próprio autor aprendeu o seu teorema inicialmente de um modo intuitivo. Obviamente, quando o autor tentar passar o conhecimento adiante, o sucesso será maior se for reproduzido no aluno o mesmo processo que levou o autor a aprender seu próprio teorema, ou seja, intuição e então formalização. Isso é válido, pois ambos o autor e o aluno são seres humanos, e possivelmente utilizam os mesmos processos para aprender”;
- “As metáforas e os recursos multimídia aceleram o amadurecimento das idéias intuitivas dos alunos sobre a referida matéria”.

Quando foram aplicadas questões mais específicas (Questões 8 a 16 do questionário apresentado Apêndice 1), o uso de metáforas no aprendizado de “Soma de Riemann”, “Teorema de Green”, “Teorema de Stokes” e “Teorema de Gauss”, foi considerada significativamente ( $p < 0,01$ ) relevante para compreensão dos respectivos conteúdos. Também neste momento é importante destacar o alto número de respostas positivas, que foram em todas as respostas, acima de 97,0%.

De acordo com tabela de análise estatística do  $\chi^2$ , para um total de 58 respostas, é preciso que no mínimo 42 apresentem uma das respostas (sim ou não) para que ela seja considerada com diferença estatística em nível de significância de 0,01% [33] ou seja, para esta consideração, até 16 respostas poderiam ser opostas (não ou sem opinião) para que ainda assim o uso de metáforas e multimídia poderiam ser consideradas como fatores que contribuem para o processo de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.

No presente estudo, nas questões 8, 10, 12 e 14, em que foram feitas questões sobre o efeito dos recursos em pontos específicos, as respostas foram em todos os casos, acima do

número mínimo necessário (da mesma forma que nas questões 1, 3, 5 e 7) para se concluir que há contribuição positiva significativa dos mesmos.

Na Figura 8-2 encontram-se os valores de respostas em porcentagem, para cada uma das questões acima mencionadas.

Os alunos opinaram que tais recursos são importantes para o aprendizado, em relação à soma de Riemann, 23% acharam a contribuição total e 77% parcial. Em relação ao teorema de Green, 27,6% responderam que a contribuição era total e 72,4 % parcial. Em relação ao teorema de Stokes 29,3% acredita que a contribuição é total e 69,7 que é parcial. Já em relação ao teorema de Gauss, dos alunos que consideraram os recursos positivos, 25,9% acredita ser totalmente importante e 74,1% parcialmente importante, e a maioria, em todos os casos, sempre acima de 50%.

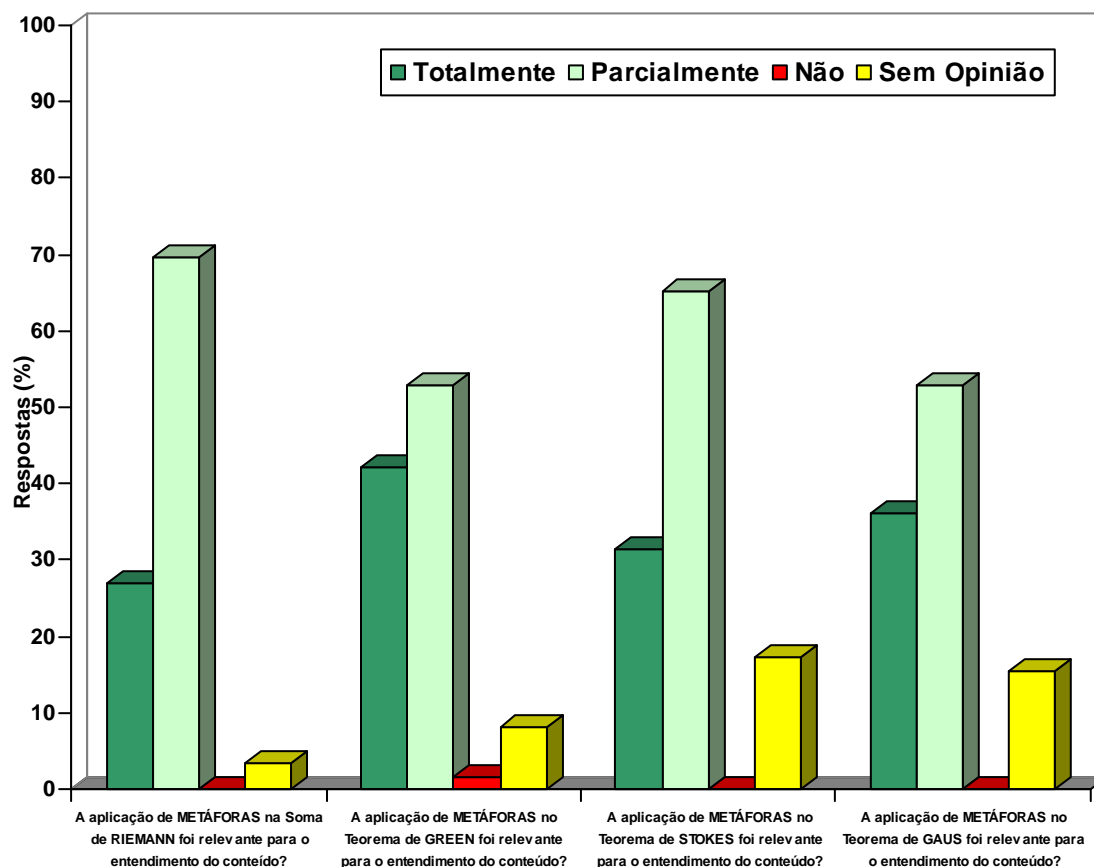


Figura 8-2: Histograma da porcentagem de respostas para cada uma das questões em relação ao aprendizado de soma de Riemann, teorema de Green, teorema de Stokes e teorema de Gauss.

### 8.3 Conclusões

Portanto, de acordo com os resultados obtidos, foi possível concluir que o uso de metáforas e recursos de multimídia contribue (isoladamente ou associados) para o entendimento e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, e mais especificamente na compreensão dos estudos de “Soma de Riemann”, “Teorema de Green”, “Teorema de Stokes” e “Teorema de Gauss”.

## 9 Conclusões e Trabalhos Futuros

### 9.1 Conclusões

O processo de ensino e aprendizagem de cálculo, no qual o professor apresenta verdades inquestionáveis para os alunos e esses buscam decorar fórmulas e procedimentos para serem aprovados mostra-se inadequado, tanto na própria disciplina de cálculo, como nas disciplinas subseqüentes do curso do aluno. No primeiro caso, este resultado ineficaz é visto no alto índice de reprovações que a disciplina de cálculo apresenta. Já no segundo caso, este resultado é visto quando o aluno precisa aplicar os conceitos de cálculo e não consegue. Neste caso, os professores das disciplinas subseqüentes precisam interromper o seu conteúdo e relembrar os conceitos de cálculo, perdendo tempo e, talvez, deixando de ministrar algum tópico relevante da sua disciplina.

Buscando tornar este processo mais produtivo e adequado, fazendo com que os alunos efetivamente saibam o que estão calculando e não simplesmente gerem um resultado, este trabalho pesquisou uma forma alternativa para ajudar o professor e o aluno no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo.

Como premissa básica para o desenvolvimento deste trabalho, tem-se que os conceitos formais do cálculo, como os desenvolvidos por Newton e Leibniz, são necessários e não devem ser deixados de lado, pelo contrário, são essenciais para o aprendizado do aluno.

Como alternativa foram utilizadas as metáforas e os recursos multimídia. A metáfora é um mecanismo altamente utilizado pelo ser humano para gerar uma comunicação mais fácil, melhor compreendida pelo receptor. A metáfora é utilizada como um artifício para facilitar o entendimento, onde um conceito, uma explicação é dada a partir de um conhecimento prévio, ou de uma história, por exemplo. A multimídia apresenta a informação de diversas formas, por meio de texto, imagens, sons, facilitando a compreensão, bem como prendendo a atenção do receptor.

Como o conteúdo do Cálculo é dito abstrato, estes dois mecanismos, isolados ou em conjunto, podem trazer uma maior segurança para o aluno para que o aprendizado seja facilitado e realmente efetivo, ou seja, que o aluno entenda o conceito e seja capaz de aplicá-lo em situações reais do seu trabalho. Para chegar nesta conclusão foi realizado um estudo de caso, mais especificamente, foram ministradas aulas onde se buscou apresentar as metáforas e algumas aplicações das mesmas na disciplina de Cálculo. Os resultados, apresentados no capítulo 8, indicam que o uso de metáforas e recursos multimídia (isoladamente ou associados) contribuem para o entendimento e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. Obviamente, existe a necessidade da realização de um maior número de testes, como também o desenvolvimento de um maior número de metáforas e notas de aula para se comprovar a real contribuição das metáforas e dos recursos multimídia. Um novo método de testes também poderia ser realizado, acompanhando-se o desempenho de algumas turmas nas quais o material de aula seria composto pelas metáforas e de recursos multimídia. Ao final poderiam-se avaliar os índices de aprovação e o grau de aprendizagem dos alunos, confrontando-se com outras turmas que não utilizaram estes recursos.

Os resultados desta pesquisa também mostraram que o emprego das metáforas permite uma maior compreensão e maior confiança no aprendizado por parte dos alunos, possibilitando, muitas vezes, que demonstrações formais fiquem num segundo plano do processo de ensino.

Como vantagens do uso de metáforas e dos recursos multimídia como ferramentas didáticas tem-se:

- Possibilita a comparação entre as similaridades do que é familiar para os alunos – domínio fonte – e o que lhes é estranho – domínio alvo;
- Como instrumento de avaliação, pode atuar como um mecanismo de ratificação do conhecimento: caso o aluno consiga explicar o conceito ensinado por meio de uma nova metáfora, significa que o conceito foi compreendido e que consegue fazer associações com outros conhecimentos;
- Possibilita relacionar conceitos científicos e abstratos, com termos familiares, com a realidade dos alunos;



- Torna as aulas mais variadas e motivadoras.

Vale ressaltar que o desenvolvimento de material didático por meio de metáforas e recursos multimídia não se mostrou uma tarefa fácil. Primeiramente, para o desenvolvimento de animações, figuras ou gráficos, o professor necessita ter conhecimentos da área de computação, mais especificamente, domínio de linguagens (programação) e software de autoria e tratamento de imagens. Caso o professor não seja da área de computação ou não possua uma equipe multidisciplinar para auxiliá-lo, certamente ao professor demandar-se-á tempo para aprender os software e linguagens necessárias, bem como para desenvolver seu material didático multimídia. Certamente e como já comentando anteriormente, uma equipe multidisciplinar tende a minimizar o trabalho do professor, uma vez que esta equipe já domina os softwares e linguagens e ficará responsável pelo desenvolvimento.

Em relação às metáforas, o desenvolvimento das mesmas deve estar relacionado diretamente com os conhecimentos prévios dos alunos, o que necessita de uma avaliação inicial da turma pelo professor, visando apresentar o conceito o mais próximo da realidade e bagagem cognitiva dos alunos. Tal avaliação e desenvolvimento certamente demanda tempo, pois é neste processo que se busca relacionar o domínio fonte ao domínio alvo, questão de sucesso do emprego das metáforas no processo de ensino e aprendizagem.

Como contribuições desta pesquisa, podemos citar:

- Formalização da composição das metáforas. Na literatura as metáforas são tratadas de maneira textual e a sua criação é algo bastante informal. A formalização da composição de uma metáfora também se mostrou interessante e flexível. Na verdade, optou-se por criar uma estrutura bastante genérica, que possibilitasse ao professor uma liberdade pedagógica, ou seja, ele pode compor a metáfora da maneira que julgar interessante para o processo de ensino-aprendizagem.
- Formalização do processo de desenvolvimento de metáforas: A formalização de um processo de desenvolvimento de metáforas por meio de iterações se mostrou bastante interessante e viável. Como a metáfora apresenta uma interação com o aluno, o processo de criação possibilita a avaliação desta interatividade, além de permitir um estudo prévio da viabilidade técnica de construção da metáfora. Vale ressaltar, que em

termos de qualidade, o processo de desenvolvimento busca verificar e validar os produtos intermediários ao término de cada iteração, garantindo esta qualidade, além, é claro, do produto final;

- Foram desenvolvidas metáforas para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral, que foram testas em sala de aula indicando uma melhora no processo de ensino e aprendizagem constatada pelos dados apresentados no capítulo 8. Além das metáforas, foram desenvolvidos gráficos, tabelas, textos e animações para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de Cálculo. Destacamos as animações, que agregam o poder da iteratividade e dinamicidade para agregar valor à metáfora e, conseqüentemente, ao processo de ensino e aprendizagem;
- Foi desenvolvido um software para composição, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e elementos das metáfora. Portanto, existe a possibilidade de reutilização dos elementos para a composição de novas metáforas ou variações das mesmas, bem como a disponibilização pública destas metáforas e elementos. Como a metáfora é composta de figuras, textos, animações, gráficos e tabelas, esses elementos também são armazenados e podem ser recuperados, podendo reutilizá-los em outras metáforas, em notas de aula ou mesmo, isoladamente, auxiliando no processo de ensino e aprendizagem. A iniciativa de desenvolvimento de uma ferramenta de composição, armazenamento e recuperação de metáforas não representa uma iniciativa isolada, mas está em consonância com tendências internacionais no que tange à criação de repositórios para objetos educacionais.

## **9.2 *Trabalhos Futuros***

Como trabalhos futuros, destacamos:

- A usabilidade do software para composição, armazenamento e recuperação de metáforas, notas de aula e elementos das metáforas precisa ser melhorada. A ferramenta precisa passar por um teste de usabilidade para se levantar possíveis problemas e atender às necessidades identificadas;

- O software também necessita de funcionalidades mais avançadas para busca e download de metáforas e dos elementos (notas de aula, figuras, animações, gráficos, tabelas, etc.);
- A metáfora gerada pela ferramenta está sendo apresentada por meio de um arquivo HTML. Para se obter uma maior interoperabilidade, faz-se necessário a geração das metáforas em outros formatos, por exemplo: pdf, ppt, jpeg, entre outros;
- Utilizar a XML (*eXtensible Markup Language*) [34], que é uma linguagem de marcadores como a HTML, e foi desenhada para descrever dados. A sua grande vantagem é ser extensível, ou seja, a XML permite que o autor defina as suas próprias *tags* e a própria estrutura do seu documento. Para criação das *tags*, será usada a estrutura já trabalhada na criação das metáforas, ou seja, a descrição da metáfora, tabelas, gráficos ilustrativos e animações. Para exibir documentos XML, será necessário um mecanismo que descreva como o documento será exibido. Esse mecanismo chama-se XSL (*Extensible Stylesheet Language*) e é usado para transformar XML em HTML. Além de transformar XML em HTML, a XSL poderá filtrar e ordenar dados em documentos XML, como também formatar dados XML, criando as chamadas folhas de estilo. Com a possibilidade de se criar folhas de estilo, o mesmo conteúdo poderá ser apresentado de diversas formas, trazendo opções para que o professor possa apresentar o conteúdo das metáforas de acordo com a necessidade de um aluno ou da forma que ele julgar necessário didaticamente, por exemplo: uma folha de estilo pode trazer a metáfora somente com dados textuais, já outra folha de estilo poderá trazer a mesma metáfora com dados textuais e alguma representação gráfica. Desta forma, a adaptabilidade do conteúdo ao usuário estaria sendo implantada no projeto;
- Para que um objeto de aprendizagem possa ser recuperado e reutilizado, é preciso que esse objeto seja devidamente indexado (preenchimento dos metadados) e armazenado em um repositório. Este trabalho já apresenta um repositório, porém, em termos de indexação, existe a necessidade da utilização de um padrão, como o IEEE 1484 (*Learning Objects Metadata*) [35], elaborado pelo *Learning Technology Standards Committee* do IEEE;

- Expansão da ferramenta para atender outras disciplinas, pois, atualmente, ela está voltada para a disciplina de Cálculo. Neste caso, seria necessária a criação de contextos ou áreas as quais as metáforas, notas de aula e elementos seriam associados para facilitar a busca pelo professor;
- Desenvolvimento de um *checklist* para auxiliar nos testes das metáforas quando do seu processo de desenvolvimento;
- Propor a criação de uma comunidade de software livre para a criação de novas metáforas e notas de aula para qualquer disciplina, visando disseminar o conhecimento.

## Referências Bibliográficas

- [1] Advanced Distributed Learning. SCORM 2004. Advanced Distributed Learning, 2004. <http://www.adlnet.org/>.
- [2] Araci Hack Catapan, Antonio Carlos De Souza, Plínio Cornélio Filho, Zeina Rebouças Corrêa Thomé, Walter De Abreu Cybis. Ergonomia em Software Educacional: A possível Integração entre usabilidade e aprendizagem. IHC'99 II Workshop sobre Fatores Humanos em Sistemas Computacionais. UNICAMP, São Paulo: 1999.
- [3] CPqD. Projeto Sistema Brasileiro de Televisão Digital: Cadeia de Valor, Dezembro 2005. <http://sbtvd.cpqd.com.br/>.
- [4] Cristina Portugal. Hipertexto como instrumento para apresentação de informações em ambiente de aprendizado mediado pela internet. *Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância*, Janeiro 2005.
- [5] Carmem Lucia Graboski da Gama, Sérgio Scheer. Objetos de aprendizagem hipermediáticos na educação de engenharia, sua construção e usabilidade. In: 32º Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia 2004, COBENGE 2004. Brasília. Anais...Brasília : Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2004. v. 1. p. 1-9.
- [6] Dante Augusto Couto Barone, Sidnei Renato Silveira. Ferramenta de Autoria Multimídia para a Elaboração de Jogos Educativos. Tise 98 – Taller Internacional de Software Educativo. Anais do Tise 98, 1998.
- [7] David Ausubel et al. *Psicologia Educacional*. Interamericano, 1980.
- [8] David Tall. Students' difficulties in calculus. In *Plenary presentation in working group 3 at ICME 7*, Quebec, Agosto 1992.
- [9] Diva Marília Flemming, Elisa Flemming Luz, Claudio Coelho. Desenvolvimento de material didático para educação a distância no contexto da educação matemática. In

VII Seminário Internacional de Educação a Distância, São Paulo, SP, Agosto 2000.

- [10] Francisco A P Fialho. *Ciências da Cognição*. Insular, 2001.
- [11] Fundação Roberto Marinho. Telecurso 2000, Junho de 2005. <http://www.telecurso2000.org.br/>.
- [12] George Lakoff, Mark Johnson. *Metáforas da vida cotidiana*. Mercado de Letras, 2002.
- [13] George Lakoff, Rafael Núñez. *Where mathematics comes from*. Basic Books, 2000.
- [14] Maria Elisabette Brisola Brito Prado, José Armando Valente. A educação a distância possibilitando a formação do professor com base no ciclo da prática pedagógica. In Maria C. Moraes, *Educação a Distância: fundamentos e práticas*, p. 27-38. Editora da UNICAMP, 2002.
- [15] International Organization for Standardization. *Information Technology - Software Product Evaluation- Quality Characteristics and Guidelines for their use*, ISO/IEC 9126. [S.l.], 1991.
- [16] Hamilton Chaiben. Hipermissão na Educação. Universidade Federal do Paraná, Agosto 2003. <http://www.cce.ufpr.br/~hamilton/hed/hed.htm>.
- [17] Heloisa Vieira da Rocha, Luciana Alvim Santos Romani. A complexa tarefa de educar a distância: uma reflexão sobre o processo educacional baseado na Web. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, n.8, Abril 2001
- [18] Ilma Borges. Prática Pedagógica, processos interativos Humanos e a construção do conhecimento usando a Internet: uma análise a partir da teoria histórico-cultural de Lev Semynivich Vygotsky. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, UFSC, 2000.
- [19] IMS Global Learning Consortium. IMS Question & Testing Interoperability Overview. IMS Global Learning Consortium, 2005. <http://www.imsglobal.org/>.
- [20] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Pesquisa Nacional Por Amostra de Domicílios, 2003.

- [21] Isolda G. de Lima, Laurete Z. Sauer. Uma proposta metodológica e sua contribuição para a aprendizagem de matemática na formação de engenheiros. In: Associação Brasileira de Ensino de Engenharia, *CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA*, Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- [22] Jean Piaget. A iniciação à Matemática, a Matemática Moderna e a Psicologia da Criança (1966). In *Jean Piaget Sobre a Pedagogia*, p.217-221. Casa do Psicólogo, 1998.
- [23] João Nicolau Carvalho. Mudanças com Metáforas na Educação. Revista Golfinho, Nº53, Junho 1999.
- [24] José Palazzo de Oliveira, Mario Lemes Proença Jr, Maria Angélica O C Bruneto, Marcelo S Pimenta, José Valdeni de Lima, Cora Helena F P Ribeiro, Veronice de Freitas, Viviane P Marçal, Isabela Gasparini, Marília A Amaral. Adaptweb: um ambiente para ensino-aprendizagem adaptativo na web. *Educação em Revista*, 2003.
- [25] MySQL Disponível em: <<http://www.mysql.com/>> Acesso em outubro de 2007.
- [26] Leonimer Flávio de Melo, Luís Geraldo Pedroso Meloni. Ensino de Engenharia de Tráfego através da Internet. *Colabor@ - Revista Digital da CVA – RICESU*, Maio 2003.
- [27] Leonimer Flávio de Melo. Uma Introdução à Engenharia de Tráfego através de Programas de Ensino pela Internet. Tese de mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Novembro 2002.
- [28] Marcelo de Carvalho Borba, Miriam Godoy Penteado. *Informática e Educação Matemática*. Autêntica, 2001.
- [29] Mario Lemes Proença Jr, José Palazzo M. de Oliveira, Mariusa Warpechowsky, Maria Angélica O C Bruneto, Maria Aparecida Souto, Daniela Leal Musa, Veronice de Freitas. Adaptive Hypermedia in the AdaptWeb Environment using XML. In: *First International Workshop on Engineering the Adaptive Web*, Eindhoven, 2004.
- [30] Personal Home Page (PHP) Disponível em: <<http://www.php.net>> . Acesso em outubro de 2007.

- [31] Ministério da Educação: Secretaria de Educação a Distância. Projeto TV Escola, Agosto 2005. <http://www.mec.gov.br/seed/tvescola/default.shtm>.
- [32] Mirian B. Gonçalves, Ivanete Zuchi. Investigação sobre os obstáculos de aprendizagem do conceito de limite. In: Associação Brasileira de Ensino de Engenharia, *CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA*, Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- [33] Morten C Meilgaard, Gail Vence Civile, Thomas Carr. *Sensory evaluation techniques*, chapter Statystical tables. CRC Press, 1999.
- [34] World Wide Web Consortium – W3C. Extensible Markup Language (XML). Disponível em <<http://www.w3.org/xml/>>. Acesso em junho de 2008.
- [35] IEEE Technology Standarts Committee. IEEE Standard for Learning Object Metadata. Disponível em <<http://ieeeltsc.org/>>. Acesso em fevereiro de 2008.
- [36] Paulyne Jucá, Ubirajara Lucena. Experiências no desenvolvimento de aplicações para televisão digital interativa. Fórum de Oportunidades em Televisão Digital e Televisão Interativa , Junho 2005. <http://www.inf.pucpcaldas.br/eventos/tvdi2005/>.
- [37] Pierre Lévy. *As Tecnologias da Inteligência*. Editora Nova Fronteira, 1993.
- [38] Pierre Longin. *Aprenda a Liderar com a Programação Neurolingüística*. Qualitymark, 1996.
- [39] Alexandre C. Rezende. Estudo sobre o cognitivismo e o hipertexto, e a disponibilização de material didático na Internet. In: Anais. VIII Congresso Ibero-Americano de Gráfica Digital – SIGraDI 2004. São Leopoldo: SIGraDI, 2004, p. 209.
- [40] Rafael Núñez. *Reclaiming Cognition: The Primacy of Action, Intention and Emotion*, chapter Could the Future Taste Purple? Reclaiming Mind, Body, and Cognition. Imprint Academic, 1999.
- [41] Ricardo Luiz Teixeira de Almeida. A educação formal e as metáforas do conhecimento: a busca de transformações nas concepções e práticas pedagógicas. *Ciências & Cognição*, Ano 02, Vol 06, Novembro 2005.



- [42] Wayne Santos de Assis, Túlio Nogueira Bittencourt, Marcos Aurélio Noronha. Desenvolvimento de Recursos Multimídia para o Ensino de Estruturas de Concreto. 44<sup>o</sup>. Congresso Brasileiro de Concreto. Instituto Brasileiro do Concreto, 2002.
- [43] Jean Piaget. A epistemologia genética: sabedoria e ilusões da filosofia, problemas de psicologia genética. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Os pensadores).
- [44] John H. Flavell, Patricia H. Miller, Scott A. Miller. Desenvolvimento cognitivo. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 1999.
- [45] Marcus Vinicius de Azevedo Basso, Débora Laurino Maçada. Mathematikos: disposto a aprender. In: Maria C. Moraes, *Educação a Distância Fundamentos e Práticas*, p. 179-196. Editora da Unicamp, 2002.
- [46] Maria Cecília Arena Lopes Barto. Um Olhar sobre as Idéias Matemáticas em um Curso de Cálculo: A Produção de Significados para a Continuidade. Tese de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, PUC-SP, 2004.
- [47] George Lakoff, Mark Turner. *More than cool reason: a field guide to poetic metaphor*. University of Chicago Press, 1989.
- [48] Augusto Soares da Silva. O poder cognitivo da metáfora e da metonímia. *Revista Portuguesa de Humanidades*, n. 7, p. 13-75, 2003.
- [49] José Carlos Mazilli. *Manual de PNL*. Edição do Autor, 1996.
- [50] José Armando Valente. *Computadores e Conhecimento: Repensando a Educação*. NIED – UNICAMP, 1993.
- [51] Maria Cândida Moraes. *Educação a Distância Fundamentos e Práticas*. Editora da Unicamp, 2002.
- [52] ISO/IEC (1995). Information Technology – Software Life Cycle Processes. Padrão ISO/IEC 12207, ISO/IEC.
- [53] Lúcia Giraffa, Marcelo Nunes. A educação na ecologia digital. PPGCC/FACIN, PUCRS, 2003.
- [54] Joseph O'Connor, John Seymour. *Introdução à Programação Neurolingüística*:

*Como Entender e Influenciar as Pessoas*. Summus Editorial, 1995.

- [55] Tatiana Camiotto Menestrina, Beatriz Goudard. Atualização e Revisão Pedagógica de Cálculo e Álgebra: Concepções e Atitudes Inovadoras. In: Associação Brasileira de Ensino de Engenharia, *CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA*, Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- [56] Marco Antonio Moreira, Elcie A F Masini. *A Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel*. Moraes, 1982.
- [57] João Benedito dos Santos Jr. Documentos Estruturados para o Domínio de Aplicação Ensino: Modelagem, Autoria e Apresentação no Ambiente WWW. Tese de mestrado, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, 1998.
- [58] Michael G Moore, Greg Kearsley. *Distance Education: A System View*. Wadsworth Publishing, 1996.
- [59] Cleide Farias de Medeiros. Modelos Mentais e Metáforas na resolução de Problemas Matemáticos Verbais. *Ciência e Educação*, v.7, n.2, p.209-234, 2001.
- [60] Stuart K Card, Thomas P Moran, Allen Newell. *A Psicologia da Interação Humano-Computador*. Laurence Erbaum Ass., 1983. CARD, S. K.; MORAN, T. P.; NEWELL, A. *The Psychology of Human-Computer Interaction*. Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey, 1983.
- [61] Luis Alberto Alfaro Casas. Contribuições para a Modelagem de um Ambiente Inteligente de Educação Baseado em realidade Virtual. Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, UFSC, 1999.
- [62] Joseph D Novak. *Learning, Creating and using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations*. Laurence Erbaum Ass., 1998.
- [63] Brian R Gaines, Mildred L G Shaw. *Collaboration through Concept Maps*, Disponível em: <http://ksi.cpsc.ucalgary.ca/~gaines/reports/LW/CSCL95CM/CSCL95CM.pdf>. Consultado em 12/2004.
- [64] Liane Tarouco, Maria Suzana Marc Amoretti. Mapas conceituais: modelagem colaborativa do conhecimento. *Revista Informática na Educação: Teoria & Prática*,

v.3 n.1, PPGIE/UFRGS, Setembro 2000.

- [65] Mapa Conceitual da Integral. [http://www.ime.unicamp.br/~sandra/ensino/mapa\\_integral.html](http://www.ime.unicamp.br/~sandra/ensino/mapa_integral.html)
- [66] Sérgio N de Carvalho. A Metáfora Conceitual: Uma Visão cognitivista. Cadernos do CNLF, vol. VII, no. 12. CiFEFiL, 2003.
- [67] The Object Management Group. Unified Modeling Language. Disponível em <<http://www.uml.org/>>. Acesso em maio de 2008.
- [68] Regina Averbug. Material Didático Impresso para Educação a Distância: tecendo um novo olhar. Colabor@ - Revista Digital da CVA-RICESU. Vol. 2, No. 5, Agosto 2003.
- [69] Carina Gabriela Lion. Mitos e Realidades na Tecnologia Digital. In LITWIN, Edith (org.) Tecnologia educacional: política, histórias e propostas. Artes Médicas, 1997.
- [70] Mary Valda Souza Sales. Uma Reflexão sobre a Produção do Material Didático para EAD.12º. Congresso Internacional de Educação a Distância. ABED. Setembro 2005.
- [71] Ivônio Barros Nunes. Noções de Educação a Distância. Revista Educação a Distância. N. 4/5, p. 7-25, Dezembro 1993, Abril 1994.
- [72] Luciana Alvim Santos Romani. Intermap: Ferramenta para Visualização da Interação em Ambientes de Educação a Distância na Web. Tese de Mestrado. Instituto de Computação, UNICAMP. Dezembro 2000.
- [73] Heloísa Vieira da Rocha. O Ambiente TelEduc para Educação a Distância baseada na Web: Princípios, Funcionalidades e Perspectivas de Desenvolvimento. UNICAMP/NIED, 2002.
- [74] James P. Byrnes, Scott G. Paris. The constructivist approach to self-regulation and learning in the classroom. In B. J. Zimmerman & D. H. Schunk (Eds.), Self regulated Learning and Academic Achievement, Theory, Research and Practice (pp. 169-200), Progress in Cognitive Development Research, New York. Springer-Verlag, 1989.
- [75] Luciane Ferreira de Andrade Gomes. Desenvolvimento Cognitivo e a deficiência mental. Florianópolis, 2002. 100f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de

Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 1999.

- [76] Ana Margarida Veiga Simão. Auto-regulação da aprendizagem: um desafio para a formação de professores. In R. Bizarra & F Braga (orgs.) Formação de Professores de Línguas Estrangeiras: Reflexões, Estudos e Experiências. Porto Editora, 2006.
- [77] Gercina A. Borém Lima. Interfaces entre ciência da informação e ciência cognitiva. *Ciência da Informação*, v. 32, n. 1, p.77-87 jan./abr. 2003. Disponível em: <<http://www.ibict.br/cienciadainformacao/viewarticle.php?id=166&layout=abstract>>. Acesso em: 2006.
- [78] Willian G. McCallum, Deborah Hughes-Hallett, Andrew M. Geleason et al. Cálculo de várias variáveis. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1997.

## Apêndice A

### **Questionário – Opinião dos Alunos sobre as Metáforas** **e os Recursos Multimídia**

1. Você acha que as metáforas contribuem para o processo de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral?

Totalmente

☐

Parcialmente

☐

Não

☐

Sem Opinião

☐

2. Se Parcialmente, qual seria a porcentagem de contribuição?

10%

☐

20%

☐

30%

☐

40%

☐

50%

☐

60%

☐

70%

☐

80%

☐

90%

☐

3. Você acha que os recursos multimídia contribuem para o processo de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral?

Totalmente

☐

Parcialmente

☐

Não

☐

Sem Opinião

☐

4. Se Parcialmente, qual seria a porcentagem de contribuição?

10%

☐

20%

☐

30%

☐

40%

☐

50%

☐

60%

☐

70%

☐

80%

☐

90%

☐

5. Você acha que as metáforas e os recursos multimídia contribuem para o processo de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral?

Totalmente

☐

Parcialmente

☐

Não

☐

Sem Opinião

☐

6. Se Parcialmente, qual seria a porcentagem de contribuição?

10%

☐

20%

☐

30%

☐

40%

☐

50%

☐

60%

☐

70%

☐

80%

☐

90%

☐

7. Caso você tivesse contato com as metáforas e os recursos multimídia antes de iniciar os estudos de Cálculo, o processo de aprendizagem seria facilitado?

Totalmente

☐

Parcialmente

☐

Não

☐

Sem Opinião

☐

Por que?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

8. A aplicação das metáforas na Soma de Riemann foi relevante para o entendimento do conteúdo?

Totalmente

☐

Parcialmente

☐

Não

☐

Sem Opinião

☐

9. Se Parcialmente, qual seria a porcentagem de contribuição?

10%

☐

20%

☐

30%

☐

40%

☐

50%

☐

60%

☐

70%

☐

80%

☐

90%

☐

10. A aplicação das metáforas no Teorema de Green foi relevante para o entendimento do conteúdo?

Totalmente

☐

Parcialmente

☐

Não

☐

Sem Opinião

☐

11. Se Parcialmente, qual seria a porcentagem de contribuição?

10%

☐

20%

☐

30%

☐

40%

☐

50%

☐

60%

☐

70%

☐

80%

☐

90%

☐

12. A aplicação das metáforas no Teorema de Stokes foi relevante para o entendimento do conteúdo?

Totalmente

☐

Parcialmente

☐

Não

☐

Sem Opinião

☐

13. Se Parcialmente, qual seria a porcentagem de contribuição?

10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

14. A aplicação das metáforas no Teorema de Gauss foi relevante para o entendimento do conteúdo?

Totalmente	Parcialmente	Não	Sem Opinião
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

15. Se Parcialmente, qual seria a porcentagem de contribuição?

10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

16. Comentários:

---

---

---

---

---

---



## Apêndice B

### **Interface da Ferramenta de Composição, Armazenamento e Recuperação de Metáforas, Notas de Aula e Elementos**

A Figura B-1 apresenta a interface inicial da Ferramenta de Composição, Armazenamento e Recuperação de Metáforas, Notas de Aula e Elementos. Por meio desta interface, o usuário pode acessar as opções de Notas de Aula (Notas), Metáforas, Figuras, Textos, Gráficos, Tabelas, Animações, Usuários e Sair. Esta interface é mostrada ao usuário após o mesmo se logar no software, informando seu login e senha. Cada opção, com exceção da opção Sair, possibilita ao usuário do software cadastrar, editar, excluir ou visualizar a opção desejada. A opção Sair, ao ser acionada, finaliza o software e o usuário retorna à interface de login.

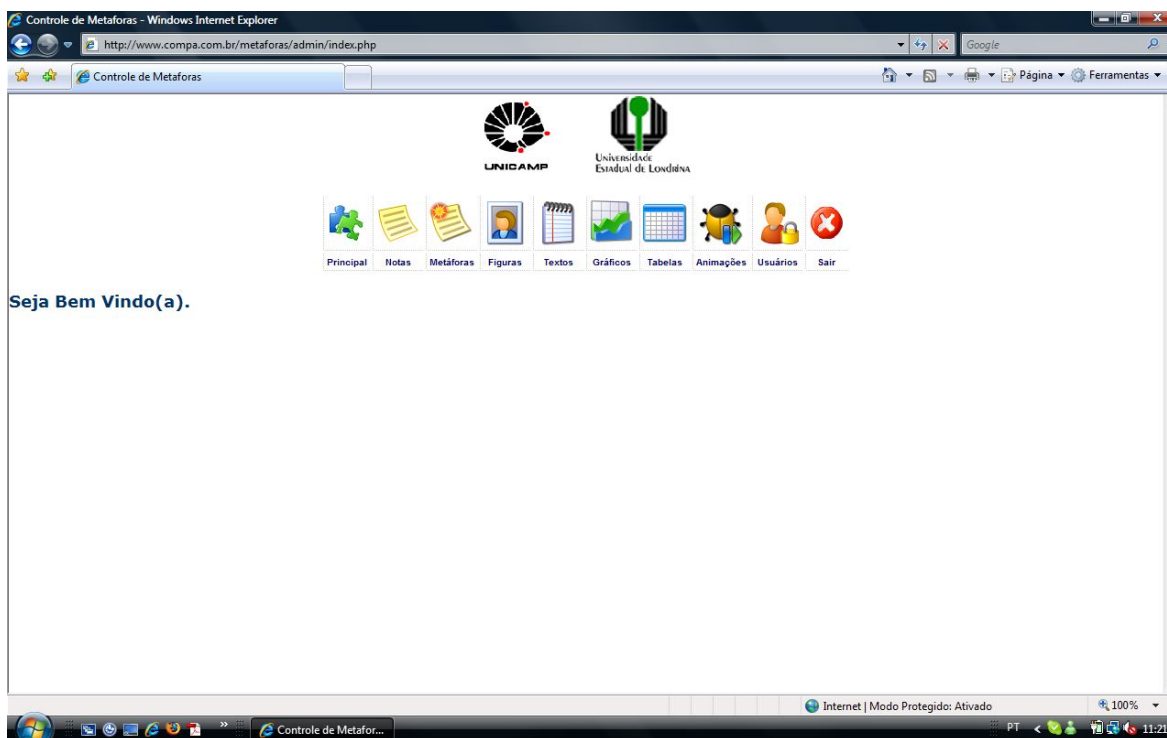


Figura B-1: Interface inicial da Ferramenta de Composição, Armazenamento e Recuperação de Metáforas, Notas de Aula e Elementos

Para inserir, consultar, excluir ou editar uma metáfora, basta o usuário escolher a opção Metáforas e o software irá conduzi-lo à interface da Figura B-2. Para as demais opções, com exceção da opção Sair, o mesmo irá ocorrer, obviamente o software irá conduzir o usuário à interface da respectiva opção escolhida.

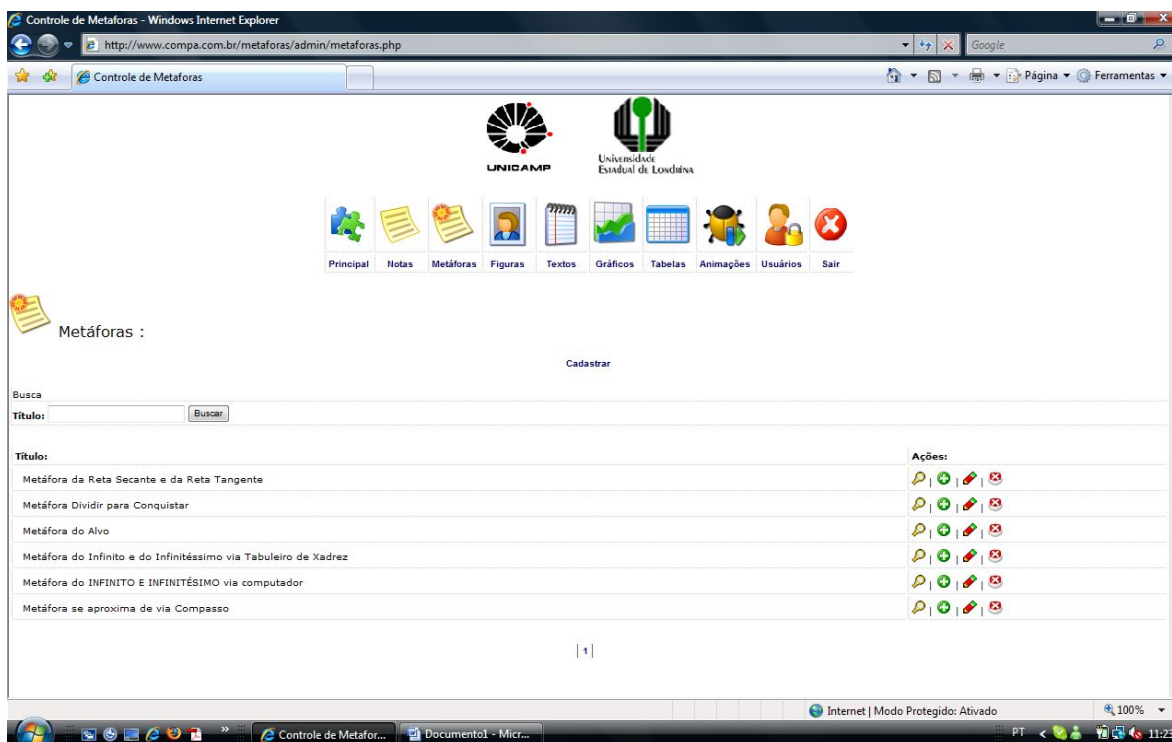


Figura B-2: Interface da Opção Metáforas

Uma vez na interface de Metáforas, o usuário poderá optar por inserir uma nova Metáfora, para tanto basta clicar no link Cadastrar. Ao clicar no link, o software apresenta a interface da Figura B-3, na qual o usuário deverá informar o título da metáfora e o texto inicial, lembrando que estes dois itens são obrigatórios na composição da metáfora de acordo com o autômato da Figura 5-1. Após preencher estas informações, o usuário deve clicar no botão Cadastrar. A Metáfora é cadastrada e o software conduz o usuário à interface da Figura B-2 novamente.

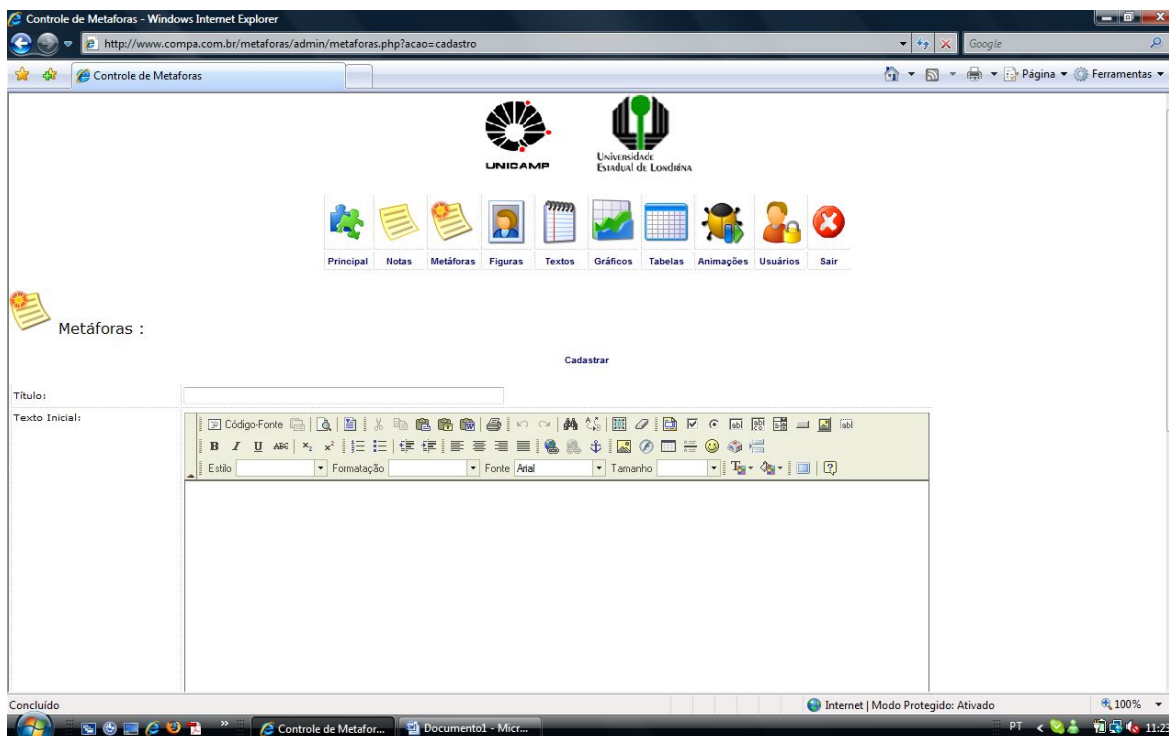


Figura B-3: Interface de Cadastramento de Metáforas

Na interface da Figura B-2, o usuário pode ainda optar pelas ações de:

- Visualizar a Metáfora;
- Compor a Metáfora;
- Editar a Metáfora;
- Excluir a Metáfora.

Caso o usuário opte por visualizar a metáfora, basta clicar sob o ícone 🔑 e a metáfora será visualizada numa nova página do *browser*, conforme Figura B-4. Vale ressaltar que esta opção de visualizar somente se aplica às metáforas e às notas de aula.

Caso o usuário opte por compor a metáfora, basta clicar sob o ícone ➕ e o software irá direcionar o usuário para a interface da Figura B-5. Nesta interface o usuário poderá inserir os componentes previamente cadastrados (textos, gráficos, tabelas, figuras, animações e fazer referência a outras metáforas), bem como definir a ordem dos mesmos na visualização da metáfora. Esta opção de compor somente se aplica às metáforas e às notas de aula.

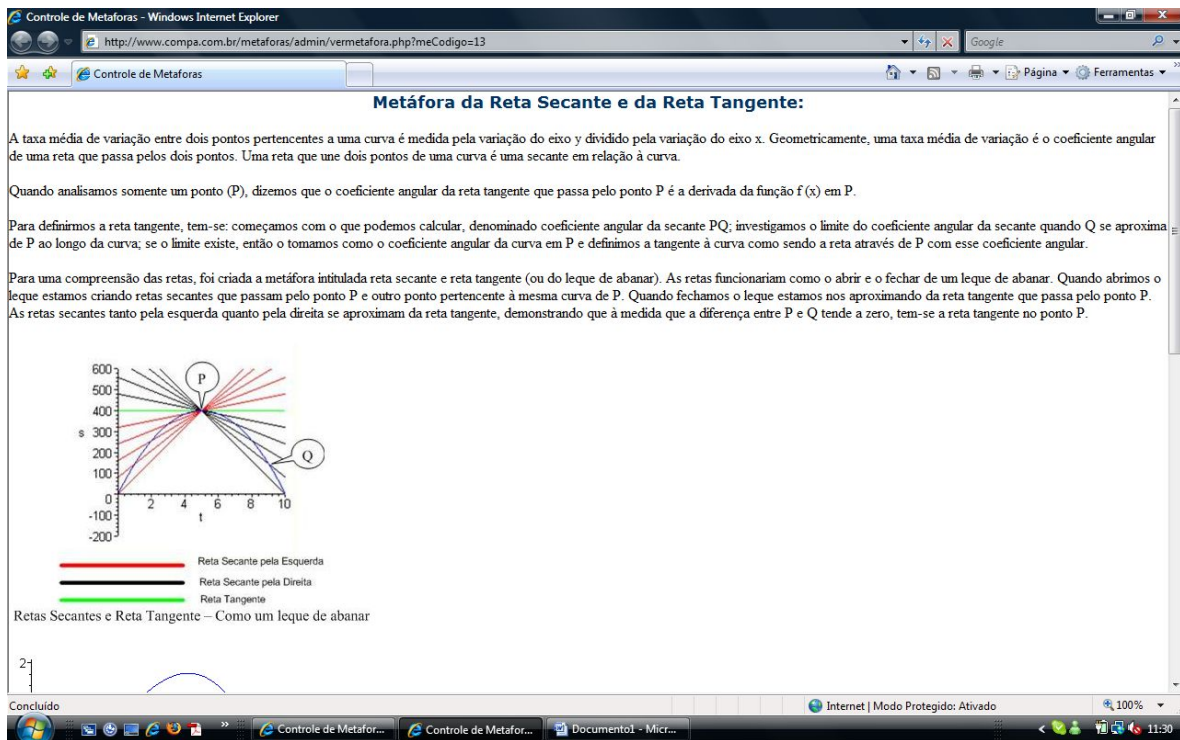


Figura B-4: Visualização parcial da Metáfora da Reta Secante e da Reta Tangente

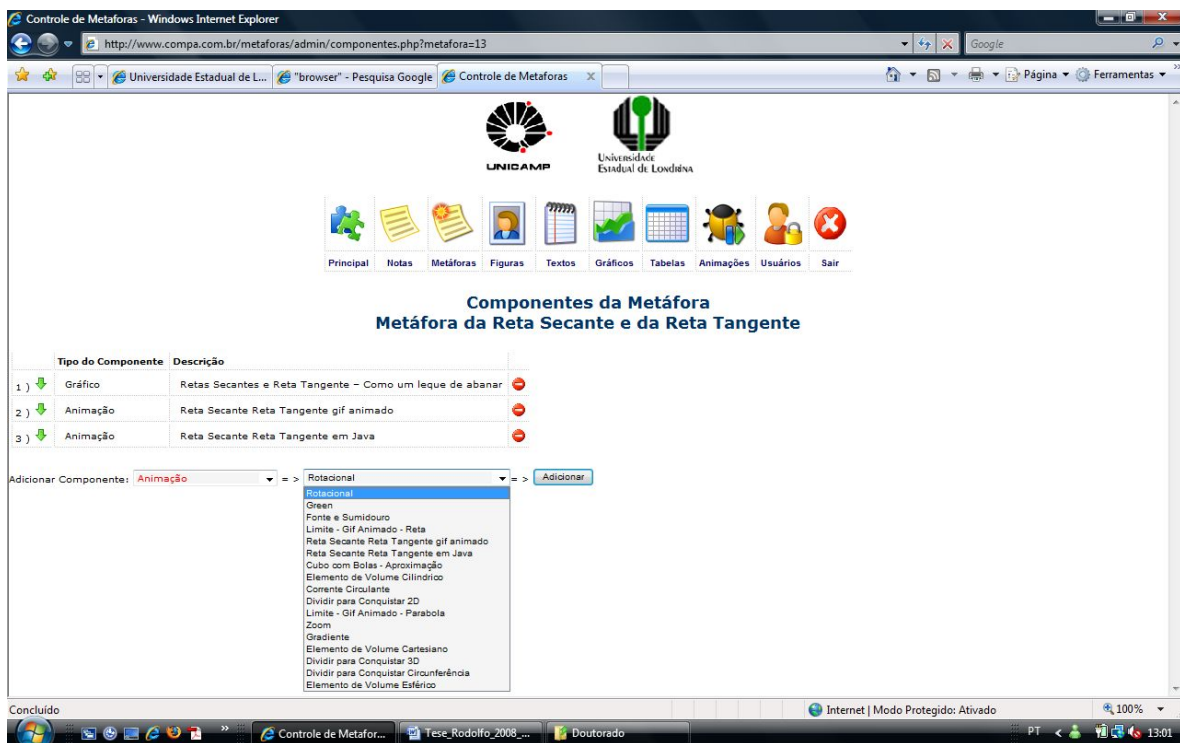



Figura B-5: Interface de Composição da Metáfora

Caso o usuário opte por editar uma metáfora, basta clicar sob o ícone  e o sistema permitirá que ele altere o nome e o texto inicial da metáfora, conforme a interface da Figura B-6. Para efetivar as alterações basta clicar no botão Editar.

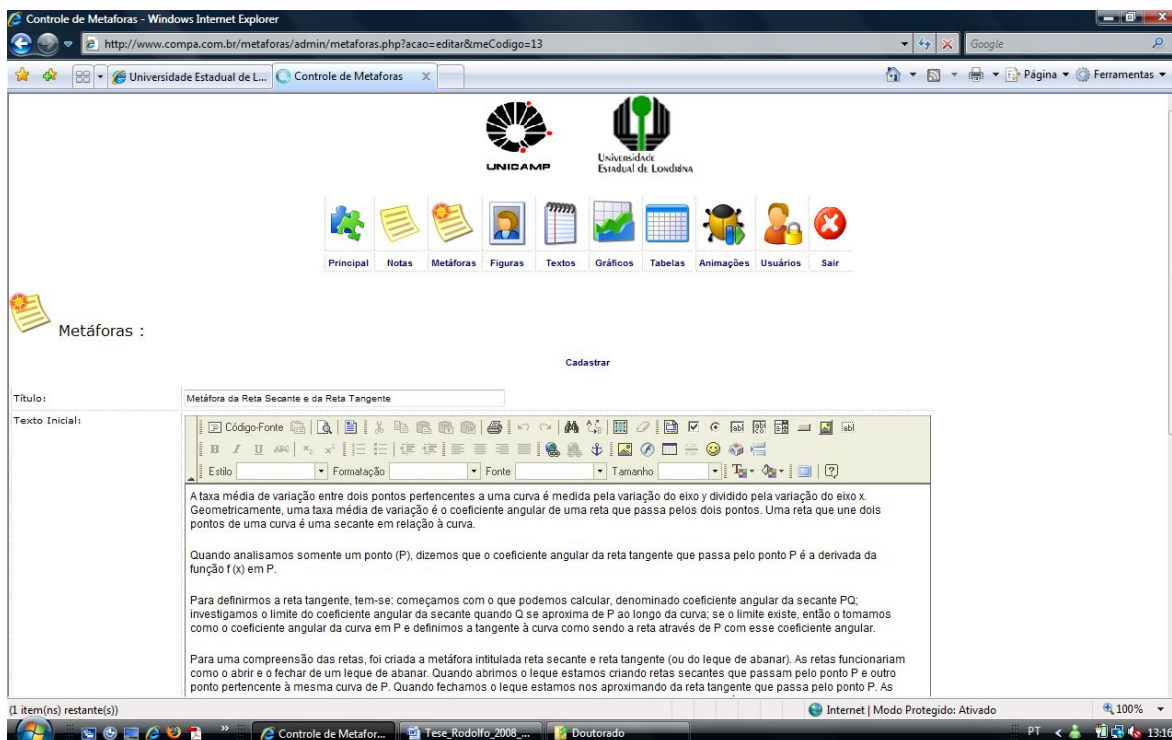



Figura B-6: Interface para editar uma metáfora

Para as opções Figuras, Gráficos, Animações e Tabelas, tanto para as opções de Cadastrar e Editar, o usuário deve informar o local físico aonde se encontra o arquivo que contém o componente para que o software possa fazer o *upload* do mesmo e armazená-lo no banco de dados do software. Como exemplo, a Figura B-7 mostra a interface de cadastramento de uma Animação.

Finalmente, caso o usuário opte por excluir uma metáfora, basta clicar sob o ícone  e o sistema solicitará que ele confirme ou não a exclusão, conforme Figura B-8.



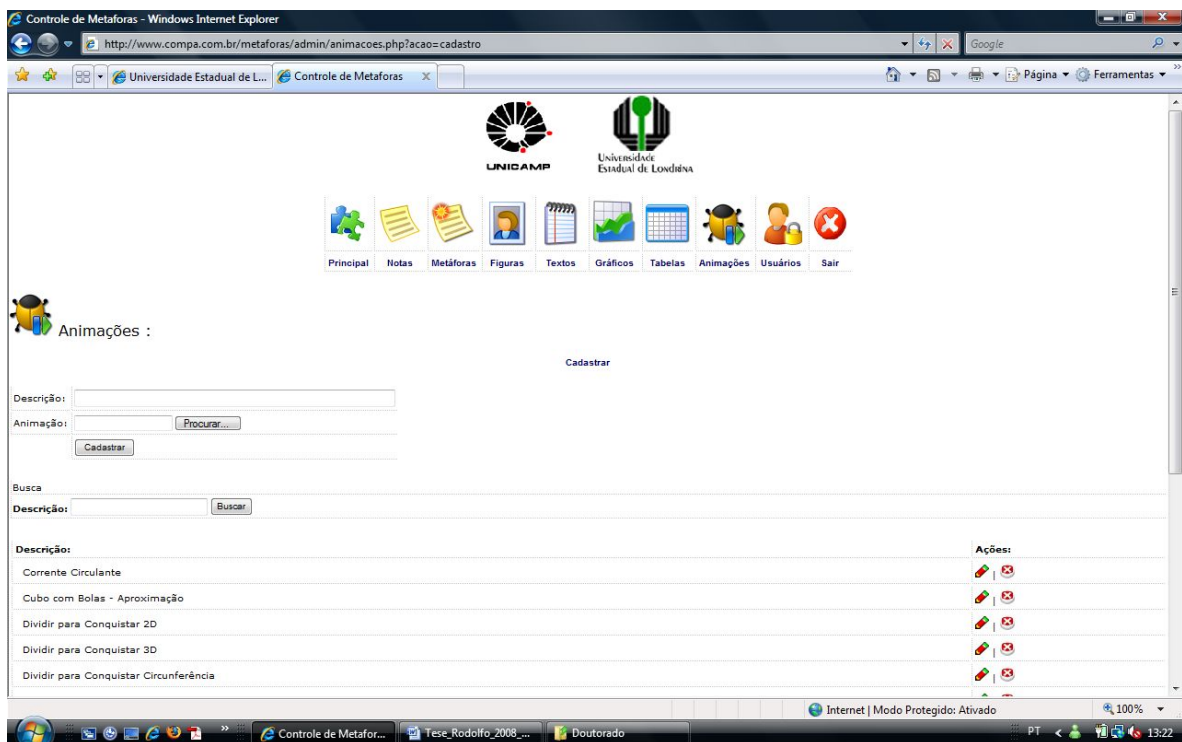


Figura B-7: Interface para cadastramento de Animações

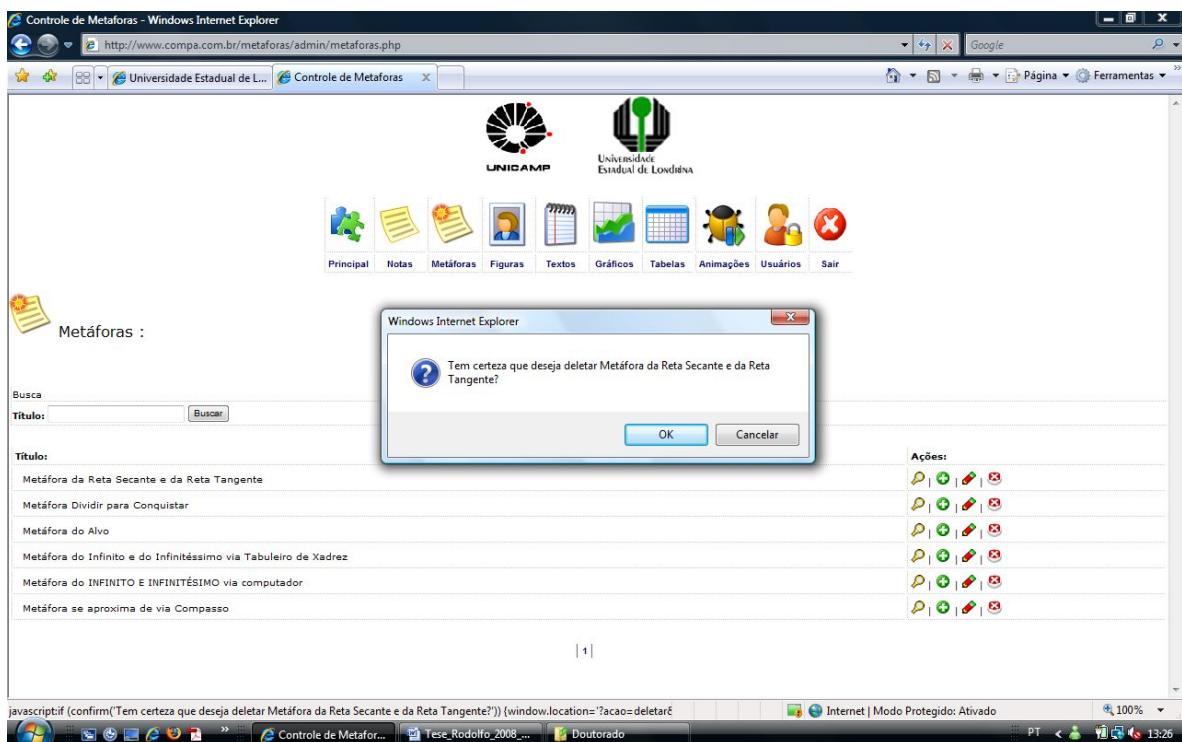


Figura B-8: Mensagem de confirmação de exclusão de uma Metáfora